

# Leerstof voortentamen wiskunde B

In dit document wordt de leerstof beschreven van het programma van het voortentamen wiskunde B op havo niveau te beginnen met het voortentamen van december 2017.

Deze specificatie is gebaseerd op de eindtermen van het programma voor het Centraal Examen en het Schoolexamen zoals dat in het middelbaar onderwijs op de havo wordt afgenomen voor het vak wiskunde B vanaf mei 2017.

Indien de leerstof voor het voortentamen wiskunde B op havo-niveau op enig moment afwijkt van de leerstof van het op dat moment geldende programma van het Centraal Examen of Schoolexamen geldt altijd het hieronder weergegeven programma.

datum: 20 september 2017

## 1. Het voortentamen wiskunde B

Het voortentamen bestaat uit een schriftelijk examen.  
Het voortentamen wordt afgenomen in een zitting van 3 uur.

De leerstof bestaat uit de volgende domeinen:

- Domein A - Vaardigheden
- Domein B - Functies, grafieken en vergelijkingen
- Domein C - Meetkundige berekeningen
- Domein D - Toegepaste analyse

Het voortentamen wiskunde B heeft betrekking op de domeinen B tot en met D in combinatie met de vaardigheden uit domein A met uitzondering van die onderdelen die zich naar hun aard niet lenen voor schriftelijke examinering, waaronder vaardigheden die uitdrukkelijk een computer als werkstation vereisen.

Voor voorbeelden van examenvragen wordt verwezen naar de voorbeeldtentamens op de website en naar de schriftelijke examens uit het verleden. Het type vragen wijkt niet af van de vragen op basis van de huidige interpretatie van de eindtermen door het College voor Examens en Toetsing (CvTE).

In de hierna volgende specificatie van de leerstof voor het voortentamen wiskunde B zijn aangegeven:

- de domeinen en subdomeinen die getoetst worden;
- per subdomein één geglobaliseerde eindterm;

### *Parate kennis, parate vaardigheden en productieve vaardigheden*

Bij de specificatie van de globale eindtermen is onderscheid gemaakt tussen parate vaardigheden en productieve vaardigheden. Bovendien is bij een aantal subdomeinen opgenomen over welke parate kennis de kandidaat dient te beschikken. Deze indeling is bedoeld om aan te geven wat het verwachte kennis- en beheersingsniveau van de kandidaat is.

Met *parate vaardigheden* wordt hier bedoeld de wiskundige basistechnieken die de kandidaat routinematig moet beheersen.

Bij *productieve vaardigheden* is het uitgangspunt dat de kandidaat beschikt over de parate vaardigheden en deze in complexe probleemsituaties kan toepassen. De productieve vaardigheden voert de kandidaat niet op routine uit. De kandidaat zal door inzicht, overzicht, probleemaanpak en metacognitieve vaardigheden een strategie moeten bedenken om het probleem op te lossen.

Bij *parate kennis* gaat het om kennis waarover de kandidaat dient te beschikken en die niet uit de formuleringen van de parate en/of productieve vaardigheden blijkt. De opsomming van parate kennis is daarmee een aanvulling op de parate en productieve vaardigheden. Parate kennis die bij een subdomein wordt genoemd, kan ook bij andere subdomeinen voorkomen en wordt dan ook binnen het totale programma als parate kennis beschouwd.

### *Nauwkeurigheid en afronden*

Als in een tentamenopgave niet vermeld is in welke *nauwkeurigheid* het antwoord gegeven dient te worden, dient de kandidaat die nauwkeurigheid uit de probleemsituatie af te leiden. Het kiezen van een passende maateenheid valt hieronder. Als de probleemsituatie dit toelaat, mag een nauwkeuriger antwoord gegeven worden dan de nauwkeurigheid die de kandidaat uit de probleemsituatie afgeleid zou kunnen hebben.

Een kandidaat kan uit de probleemsituatie afleiden wanneer *afronden* volgens de gebruikelijke afrondingsregels (6,4 wordt 6 en 6,5 wordt 7) niet van toepassing is.

Een kandidaat moet weten dat tussentijds afronden gevolgen kan hebben voor het eindantwoord en dient hiernaar te handelen.

## 2. De leerstof van het voortentamen

### Domein A - Vaardigheden

#### Subdomein A1 - Algemene vaardigheden

De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

De kandidaat kan

1. doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken;
2. adequaat schriftelijk rapporteren over onderwerpen uit de wiskunde.

#### Subdomein A2 - Profielspecifieke vaardigheden

De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

De kandidaat kan:

1. een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of maatschappelijke context analyseren, gebruik makend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren, en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken;
2. een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een wiskundig model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen;
3. met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten.

#### Subdomein A3 - Wiskundige vaardigheden

De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden, waaronder modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

De kandidaat

1. beheerst de rekenregels;
2. beheerst de specifieke algebraïsche vaardigheden;
3. heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren;
4. kan wiskundige informatie ordenen en in probleemsituaties de wiskundige structuur onderkennen;
5. kan bij een gegeven probleemsituatie een model opstellen in wiskundige termen;
6. kan op basis van een gegeven probleemsituatie een schatting maken van de uitkomst zonder deze uitkomst exact te berekenen;
7. kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren binnen de context;
8. kan vakspecifieke taal interpreteren en gebruiken;
9. kan de correctheid van wiskundige redeneringen verifiëren;
10. kan eenvoudige wiskundige redeneringen correct onder woorden brengen;
11. kan bij het raadplegen van wiskundige informatie, bij het verkennen van wiskundige situaties, bij het geven van wiskundige redeneringen en bij het uitvoeren van wiskundige berekeningen gebruik maken van geschikte ICT-middelen.
12. kan antwoorden afronden op een voorgeschreven nauwkeurigheid dan wel op een nauwkeurigheid die past bij de probleemsituatie.

### Domein B - Functies, grafieken en vergelijkingen

## Subdomein B1 - Standaardfuncties

De kandidaat kan standaardfuncties (machtsfuncties, exponentiële en logaritmische functies en goniometrische functies) hanteren, interpreteren binnen een context, de grafieken beschrijven en in een functievoorschrift vastleggen en werken met eenvoudige transformaties.

### Parate kennis

De kandidaat kent:

- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de lineaire of eerstegraadsfunctie  $f(x) = ax + b$ , evenals de naam rechte lijn voor de grafiek ervan;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de kwadratische of tweedegraadsfunctie  $f(x) = ax^2 + bx + c$  of  $f(x) = a(x - p)(x - q)$  of  $f(x) = a(x - r)^2 + s$  evenals de naam parabool voor de grafiek ervan;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de machtsfunctie  $f(x) = x^p$ ,  $p$  is een rationaal getal, in het bijzonder van de wortelfunctie  $f(x) = \sqrt{x}$ ;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de exponentiële functie  $f(x) = a^x$  en de logaritmische functie  $f(x) = {}^a\log(x)$ , evenals de begrippen grondtal en exponent en de rekenregels voor machten en logaritmen;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de goniometrische functies  $f(x) = \sin(x)$  en  $f(x) = \cos(x)$ , evenals de begrippen radiaal, periode, amplitude en evenwichtsstand;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de gebroken lineaire functie  $f(x) = (ax + b) / (cx + d)$ , evenals de naam hyperbool voor de grafiek ervan;
- de karakteristieke eigenschappen van functies: domein, bereik, nulpunt, extreem, minimum, maximum, stijgen, dalen, toenemend of afnemend stijgen of dalen;
- de karakteristieke eigenschappen van grafieken: snijpunt met de x-as, snijpunt met de y-as, top, symmetrie en asymptotisch gedrag inclusief horizontale en verticale asymptoot;
- de transformaties vermenigvuldiging ten opzichte van x- of y-as en translatie.

### Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

1. van de standaardfuncties de grafiek tekenen en daarbij gebruik maken van de karakteristieke eigenschappen van de functie en haar grafiek;
2. de verschillende schrijfwijzen van tweedegraads functies gebruiken;
3. bij een grafiek of een tabel van een standaardfunctie, een lineaire functie of een kwadratische functie het functievoorschrift opstellen;
4. karakteristieke eigenschappen van een standaardfunctie en haar grafiek gebruiken bij het oplossen van problemen;
5. een exponentiële functie beschrijven met behulp van de termen beginwaarde en groeifactor;
6. bij exponentiële en logaritmische functies  $x$  schrijven als functie van  $y$ ;
7. bij machtsfuncties  $x$  schrijven als functie van  $y$ ;
8. op een grafiek een translatie en/of vermenigvuldiging ten opzichte van x- of y-as uitvoeren;
9. het functievoorschrift opstellen dat hoort bij een nieuwe grafiek die is ontstaan na transformatie van een gegeven grafiek;
10. het functievoorschrift opstellen van de somfunctie of de verschilfunctie van twee functies.

### Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

11. bij exponentiële groeiprocessen de verdubbelingstijd en de halveringstijd bepalen;
12. twee functies samenstellen door middel van een ketting en het functievoorschrift opstellen van de samengestelde functie;
13. van een samengestelde functie de karakteristieke eigenschappen bepalen;
14. bij een in een probleemsituatie beschreven verband een passend functievoorschrift opstellen;
15.  $x$  uitdrukken in  $y$  bij een samengestelde functie als bedoeld in B1.12.

## Subdomein B2 - Vergelijkingen en ongelijkheden

De kandidaat kan vergelijkingen, ongelijkheden en stelsels van twee lineaire vergelijkingen oplossen, in voorkomende gevallen grafisch oplossen of de oplossingen numeriek benaderen en de oplossingen interpreteren in de context.

### Parate kennis

De kandidaat kent:

- het begrip stelsel van vergelijkingen;
- de abc-formule.

### Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

1. een vergelijking oplossen die te herleiden is tot een lineaire vergelijking;
2. een vergelijking oplossen die te herleiden is tot een kwadratische vergelijking;
3. een vergelijking oplossen die te herleiden is tot het type  $x^n = c$  ;
4. een vergelijking oplossen die te herleiden is tot het type  $a^x = c$  of  ${}^a\log(x) = c$  ;
5. een vergelijking oplossen van het type  $f(x) = g(x)$  waarbij  $f$  en  $g$  functies zijn zoals genoemd in subdomein B1;
6. een stelsel van twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden oplossen;
7. een ongelijkheid oplossen van het type  $f(x) > g(x)$ ,  $f(x) \geq g(x)$  of  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$  waarbij  $f$  en  $g$  standaardfuncties zijn.

### Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

8. een vergelijking dan wel een ongelijkheid opstellen aan de hand van een gegeven probleemsituatie, de vergelijking of ongelijkheid oplossen en de oplossingen van deze vergelijking of ongelijkheid interpreteren;
9. een vergelijking met een parameter oplossen en de oplossing schrijven als functie van de parameter;
10. een ongelijkheid oplossen van de vorm  $f(x) < c$ ,  $f(x) \leq c$  of  $f(x) > c$ ,  $f(x) \geq c$ , waarbij  $f$  een samengestelde functie is zoals bedoeld in B1.12.

## Subdomein B3 - Evenredigheidsverbanden

De kandidaat kan verbanden tussen de twee grootheden  $a$  en  $b$  van de vorm  $a = c \cdot b^d$  herkennen, toepassen en bijbehorende grafieken tekenen, vanuit de beschrijving van een dergelijk verband een formule opstellen, de evenredigheidsconstante bepalen en kan rekenen met en redeneren over verbanden van deze vorm en het effect van schaalvergroting.

### Parate kennis

De kandidaat kent:

- de begrippen recht evenredig, omgekeerd evenredig, evenredig met een macht, evenredigheidsconstante;
- het verschil tussen een lineair verband en een recht evenredig verband;
- formules van de vorm  $y = cx$  en  $y = c/x$  als respectievelijk een recht evenredig en een omgekeerd evenredig verband.

### Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

1. in een gegeven probleemsituatie bepalen of er sprake is van een recht evenredig of een omgekeerd evenredig verband;
2. met de algemene vorm van het machtsverband  $y = c \cdot x^n$  rekenen;
3. in een machtsverband  $y = c \cdot x^n$  tussen twee grootheden  $x$  en  $y$  de exponent  $n$  en de evenredigheidsconstante  $c$  bepalen.

### Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

- in een gegeven probleemsituatie een vergelijking opstellen waarbij gebruik wordt gemaakt van het machtsverband tussen twee grootheden, de vergelijking oplossen en de oplossingen interpreteren.

### **Subdomein B4 - Periodieke functies**

De kandidaat kan periodieke verschijnselen beschrijven door middel van sinus- of cosinusfuncties, de bijbehorende sinusoiden tekenen en de karakteristieke eigenschappen ervan benoemen en alle oplossingen van een goniometrische vergelijking op een gegeven interval bepalen.

#### *Parate kennis*

De kandidaat kent:

- de exacte waarden van  $\sin(x)$  en  $\cos(x)$  waarbij  $x$  een veelvoud van  $1/6\pi$  of  $1/4\pi$  is.

#### *Parate vaardigheden*

De kandidaat kan:

- graden omrekenen in radialen en omgekeerd;
- de grafiek tekenen van functies van de vorm  $f(x) = d + a \cdot \sin(b(x-c))$  en  $f(x) = d + a \cdot \cos(b(x-c))$ ;
- vergelijkingen van het type  $f(x) = c$  oplossen in een gegeven interval met  $f$  een functie als in B4.2. genoemd en daarbij gebruik maken van periodiciteit en symmetrie;
- van een sinusoiden het bijbehorende functievoorschrift opstellen.

#### *Productieve vaardigheden*

De kandidaat kan:

- in een gegeven probleemsituatie voor een periodiek verschijnsel een functievoorschrift zoals bedoeld in B4.2 opstellen, daarmee berekeningen uitvoeren en de resultaten interpreteren.

### **Domein C - Meetkundige berekeningen**

Opmerking 1: Dit domein betreft de meetkunde in het platte vlak. De ruimte kan wel als context optreden waarin de vlakke meetkunde zich voordoet.

Opmerking 2: Als in dit domein coördinaten worden gebruikt, dan betreft dat altijd een cartesisch assenstelsel.

### **Subdomein C1 - Afstanden en hoeken in concrete situaties**

De kandidaat kan afstanden en hoeken berekenen met behulp van goniometrische verhoudingen, de stelling van Pythagoras en de sinus- en cosinusregel.

#### *Parate kennis*

De kandidaat kent:

- het begrip afstand als de lengte van het kortste verbindingslijnstuk tussen twee meetkundige figuren.

#### *Parate vaardigheden*

De kandidaat kan:

- sinus, cosinus en tangens gebruiken voor het berekenen van de grootte van hoeken en de lengte van zijden in een rechthoekige driehoek;
- de stelling van Pythagoras gebruiken om de afstand tussen twee punten te berekenen;
- de sinus- en cosinusregel gebruiken voor het berekenen van de lengte van lijnstukken en de grootte van hoeken in een driehoek;
- met gelijkvormigheid de lengte van lijnstukken berekenen.

#### *Productieve vaardigheden*

De kandidaat kan:

5. voor het oplossen van een meetkundig probleem een combinatie gebruiken van C1.1 tot en met C1.4.

## **Subdomein C2 - Algebraïsche methoden**

De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren aan de hand van contexten en figuren.

### *Parate kennis*

De kandidaat kent:

- de vergelijking van een lijn in de vorm  $y = ax + b$  en in de vorm  $ax + by = c$  ;
- de eigenschap dat het product van de richtingscoëfficiënten van twee loodrecht op elkaar staande lijnen gelijk is aan  $-1$  en omgekeerd;
- van een cirkel een vergelijking in de vorm  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r$  en in de vorm  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ;
- de stelling dat een raaklijn aan een cirkel loodrecht staat op de straal naar het raakpunt.

### *Parate vaardigheden*

De kandidaat kan:

1. de vergelijking van een lijn en een cirkel opstellen;
2. de hoek tussen twee lijnen berekenen;
3. de vergelijking van de loodlijn door een gegeven punt op een lijn opstellen;
4. uit een vergelijking van een cirkel de straal en de coördinaten van het middelpunt afleiden;
5. de vergelijking van de raaklijn aan een cirkel opstellen in een gegeven raakpunt;
6. de coördinaten van het snijpunt van twee lijnen berekenen;
7. de oplosbaarheid van een stelsel van twee lineaire vergelijkingen in verband brengen met de onderlinge ligging van de bijbehorende lijnen;
8. in een coördinatenstelsel de lengte van een lijnstuk berekenen.

### *Productieve vaardigheden*

De kandidaat kan:

9. de coördinaten van de snijpunten van een lijn en een cirkel berekenen;
10. de afstand tussen punten, lijnen en cirkels berekenen;
11. onderzoeken hoeveel gemeenschappelijke punten een lijn en een cirkel hebben.

## **Domein D - Toegepaste analyse**

### **Subdomein D1 - Veranderingen**

De kandidaat kan het veranderingsgedrag van een functie, gegeven door grafiek, tabel of formule, beschrijven door middel van toenamedigrammen en differentiequotiënten en kan differentiequotiënten berekenen en interpreteren, ook vanuit een profielspecifieke probleemsituatie.

### *Parate kennis*

De kandidaat kent:

- het begrip interval en de intervalnotaties;
- de  $\Delta$ -notatie voor een differentie.

### *Parate vaardigheden*

De kandidaat kan:

1. vanuit een gegeven toenamedigram het verloop van een grafiek schetsen;
2. een toenamedigram bij een gegeven grafiek, tabel of formule tekenen;
3. differentiequotiënten berekenen indien de functie is gegeven door een grafiek, tabel of

formule;

4. differentiequotiënten interpreteren als maat voor de gemiddelde verandering in de waarde van een functie op een interval.

#### *Productieve vaardigheden*

De kandidaat kan:

5. het veranderingsgedrag van variabelen beschrijven met behulp van toenamedigrammen en differentiequotiënten.

### **Subdomein D2 - Afgeleide functies**

De kandidaat kan de afgeleide functie begripsmatig interpreteren en kan lokale veranderingen van functiewaarden benaderen zowel met een differentiaalquotiënt als met een numeriek-grafische methode.

#### *Parate kennis*

De kandidaat kent:

- notaties voor de afgeleide van een functie.

#### *Parate vaardigheden*

De kandidaat kan:

1. een lokale afgeleide benaderen door differentiequotiënten met afnemende intervalgrootte;
2. een lokale afgeleide interpreteren als de helling of steilheid van een grafiek in een punt.

#### *Productieve vaardigheden*

De kandidaat kan:

3. de grafiek van de afgeleide schetsen indien de grafiek van de functie is gegeven;
4. de grafiek van de functie schetsen indien de grafiek van de afgeleide is gegeven;
5. conclusies trekken over lokale veranderingen van functiewaarden op basis van de afgeleide of met behulp van een numeriek-grafische methode.

### **Subdomein D3 - Bepaling afgeleide functies**

De kandidaat kan de afgeleide functie van machtsfuncties met rationale exponenten bepalen en kan voor het bepalen van de afgeleide functie gebruik maken van de som-, verschil- en kettingregel.

#### *Parate kennis*

De kandidaat kent:

het begrip differentiëren voor het bepalen van de afgeleide.

#### *Parate vaardigheden*

De kandidaat kan:

1. de afgeleide bepalen van machtsfuncties met rationale exponenten;
2. de somregel en verschilregel gebruiken bij het bepalen van de afgeleide;
3. de kettingregel gebruiken bij het bepalen van de afgeleide van een samengestelde functie, waarvan de eerste functie lineair is en de tweede functie een machtsfunctie met rationale exponent;
4. het verband gebruiken tussen de afgeleide van een functie  $f(x)$  en de afgeleide van  $c \cdot f(x) + d$  of de afgeleide van  $f(c \cdot x + d)$ .

#### *Productieve vaardigheden*

De kandidaat kan:

5. een combinatie van somregel, verschilregel en kettingregel gebruiken bij het bepalen van de afgeleide.

### **Subdomein D4 - Toepassing afgeleide functies**



De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren gericht op profielspecifieke contexten.

### *Parate vaardigheden*

De kandidaat kan:

1. de afgeleide gebruiken bij het opstellen van de vergelijking van de raaklijn in een punt van de grafiek van een functie;
2. de afgeleide gebruiken bij het verifiëren en bij het bepalen van extremen van een functie;
3. de afgeleide gebruiken bij het bepalen van een raaklijn met een gegeven helling.

### *Productieve vaardigheden*

De kandidaat kan:

4. in een gegeven probleemsituatie de afgeleide gebruiken voor het bepalen van een optimale situatie;
5. een optimaliseringsprobleem vertalen in een formule en dit probleem vervolgens met behulp van de afgeleide of numeriek-grafisch oplossen.