

# CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

## Tentamen Wiskunde B

Datum: 15 december 2020

Tijd: 140 minuten (2 uur en 20 minuten) (dit tentamen duurt korter dan 3 uur wegens Corona beperkingen)

Aantal opgaven: 5

**Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.**

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

*Omdat de tijd voor dit tentamen teruggebracht is tot 140 minuten (normaal 180), is het aantal opgaven ook teruggebracht. Daardoor is het totale aantal punten dat behaald kan worden teruggebracht tot 70 (normaal 90).*

Te behalen punten per onderdeel:					
Opgave	1	2	3	4	5
a	6	4	7	6	4
b	6	3	5	6	7
c		4		2	
d		5		5	
Totaal	12	16	12	19	11
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{10} \times \frac{9}{7} + 1$					
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.					

## Opgave 1

*Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!*

Gegeven zijn de functie

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 4}$$

en de familie functies

$$g_{ab}(x) = ax^2 + b$$

- 6pt a Bereken exact de waarden van  $a$  en  $b$  waarvoor de grafieken van  $f$  en  $g_{ab}$  elkaar raken in het punt  $A(1, 3)$ .

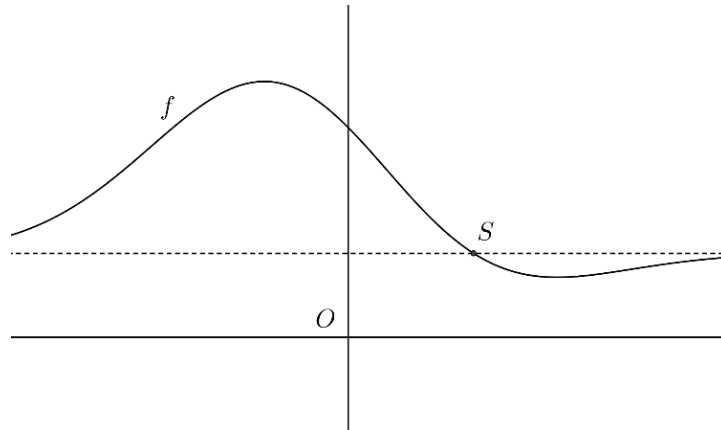
De grafiek van  $f$  heeft één perforatie (dat is een opefbare discontinuïteit).

- 6pt b Bereken exact de coördinaten van de perforatie van de grafiek van  $f$ .

## Opgave 2

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

In de figuur hieronder ziet u de grafiek van de functie  $f(x) = 2 + (3 - x)e^{-0,05x^2}$ . Hierin is ook de horizontale asymptoot van de grafiek te zien.



Punt S is het snijpunt van de grafiek van  $f$  met zijn horizontale asymptoot.

4pt a Bereken exact de coördinaten van punt S.

De afgeleide van  $f$  is  $f'(x) = (0,1x^2 - 0,3x - 1)e^{-0,05x^2}$ .

3pt b Toon dit aan.

De functie  $f$  heeft twee extremen, een minimum en een maximum.

4pt c Bereken exact de coördinaten van de punten op de grafiek van  $f$  waar de functie een extreem heeft.

De lijn  $k$  met vectorvoorstelling  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$  snijdt de grafiek van  $f$  in een punt op de verticale as.

5pt d Bereken algebraïsch de hoek tussen lijn  $k$  en de grafiek van  $f$  in dit snijpunt. Geef uw antwoord in graden.

### Opgave 3

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

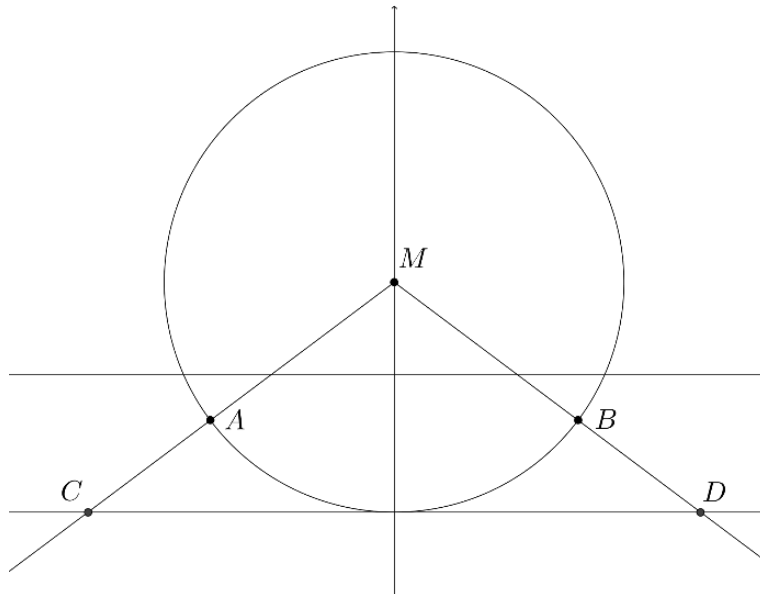
Gegeven wordt de cirkel met middelpunt  $M$  en vergelijking  $x^2 + (y - 2)^2 = 25$ .

De punten  $A$  en  $B$  zijn de punten op deze cirkel met  $y$ -coördinaat  $-1$ .

Punt  $C$  is het snijpunt van de lijn door  $M$  en  $A$  en de horizontale raaklijn aan de cirkel die onder de  $x$ -as ligt.

Punt  $D$  is het snijpunt van de lijn door  $M$  en  $B$  en deze horizontale raaklijn.

Zie de figuur hieronder.



7pt a Bereken exact de oppervlakte van driehoek  $MCD$ .

Verder wordt het punt  $N(9, 14)$  gegeven.

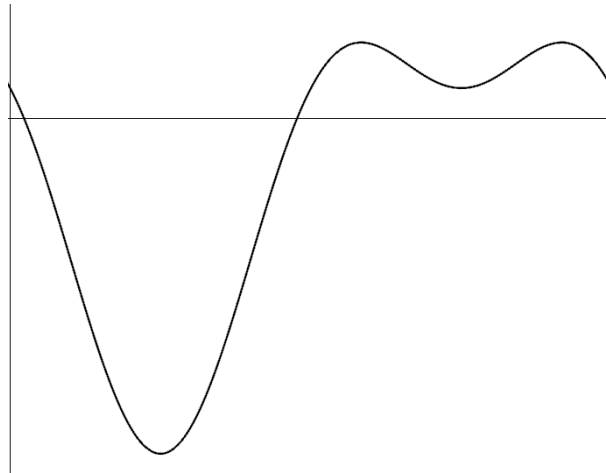
Er zijn twee cirkels met middelpunt  $N$  die raken aan de hierboven gegeven cirkel.

5pt b Bereken exact de straal van beide cirkels.

## Opgave 4

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Voor  $0 \leq x \leq 2\pi$  wordt de functie  $f$  gegeven door  $f(x) = 6 \cos^2(x) - 6 \sin(x) - 5$ .  
In de figuur hieronder ziet u een schets van de grafiek van  $f$



6pt a Bereken exact de afstand tussen de twee punten waarin de grafiek van  $f$  een maximum heeft.

6pt b Bereken exact de waarden van  $x$  waarvoor  $f(x) = -3\frac{1}{2}$ .

Het functievoorschrift van  $f$  kan ook geschreven worden als

$$f(x) = 3 \cos(2x) - 6 \sin(x) - 2$$

2pt c Toon dit aan.

$V$  is het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van  $f$ , de  $x$ -as en de verticale lijnen  $x = \pi$  en  $x = 2\pi$ .

5pt d Bereken de oppervlakte van vlakdeel  $V$  exact.

## Opgave 5

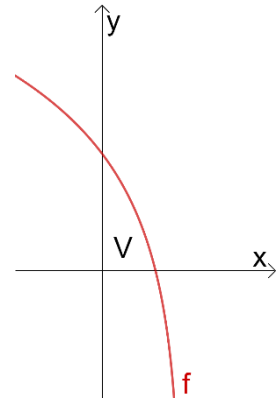
Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Gegeven worden de functies  $f(x) = \ln(3 - 4x)$  en  $g(x) = 2 \ln(x) + \ln(4)$ .

4pt a Los exact op:  $f(x) = g(x)$ .

In de figuur hiernaast is  $V$  het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van  $f$ , de  $x$ -as en de  $y$ -as.

7pt b Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat door  $V$  te wentelen rond de  $y$ -as.



*Einde van het tentamen.*

*Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of uw naam en het opgavenummer op ieder antwoordblad staat.*

*Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.*

*Wat er niet in het mapje moet:*

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;*
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;*
- kladpapier;*
- deze opgaven.*

*Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.*

*Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).*

## Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$