

CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde B

Datum: 21 juli 2020

Tijd: 3 uur

Aantal opgaven: 6

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

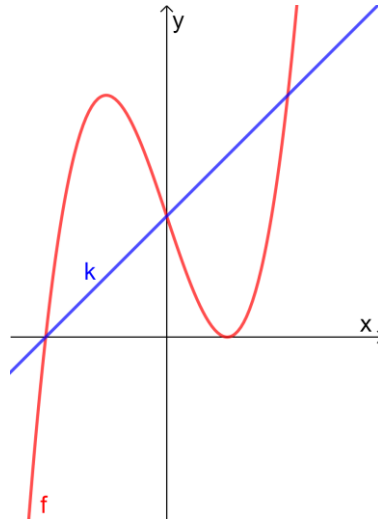
Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:						
Opgave	1	2	3	4	5	6
a	4	4	3	8	4	7
b	5	6	6	4	7	8
c	8	5			4	7
Totaal	17	15	9	12	15	22
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{10} + 1$						
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.						

Opgave 1

Gegeven wordt de functie $f(x) = (x - 1)^2(x + 2)$.

In de figuur hieronder ziet u de grafiek van f en de lijn k met vergelijking $y = x + 2$.



De grafiek van f en lijn k hebben drie gemeenschappelijke punten.

4pt a Bereken exact de coördinaten van deze snijpunten.

Een horizontale lijn met vergelijking $y = p$ snijdt de grafiek van f ook drie keer.

5pt b Bereken exact de waarden van p waarvoor dit het geval is.

V is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van f en de x -as. Lijn k verdeelt dit vlakdeel in twee stukken.

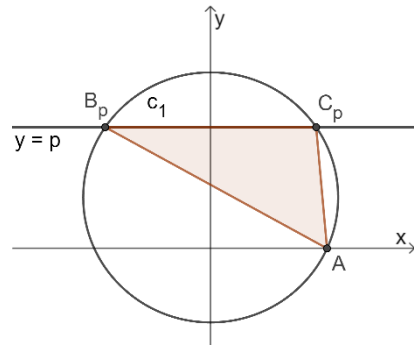
8pt c Toon met een exacte berekening aan dat de verhouding van de oppervlaktes van deze twee stukken gelijk is aan $16 : 11$.

Opgave 2

In de figuur hiernaast ziet u de cirkel c_1 met vergelijking $x^2 + y^2 - 4y = 20$.

Punt A is het snijpunt van cirkel c_1 en de positieve x -as.

Voor $p > 0$ zijn B_p en C_p de snijpunten van cirkel c_1 met de horizontale lijn $y = p$.



De oppervlakte van driehoek AB_pC_p is gelijk aan $p \cdot \sqrt{-p^2 + 4p + 20}$.

4pt a Toon dit aan.

6pt b Bereken exact de maximale oppervlakte van driehoek AB_pC_p .

Er zijn twee waarden van p waarvoor driehoek AB_pC_p een rechthoekige driehoek is.

5pt c Bereken exact de lengte van de hypotenusa (schuine zijde) van driehoek AB_pC_p voor deze twee waarden van p .

Opgave 3

Gegeven worden de lijn ℓ met vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ en de cirkel c_2 met vergelijking $(x - 3)^2 + y^2 = 20$.

De lijnen m en n zijn de raaklijnen aan cirkel c_2 die loodrecht op lijn ℓ staan.

3pt a Stel een vergelijking op voor de lijn door de oorsprong $(0,0)$ die loodrecht staat op lijn ℓ .

6pt b Bereken exact de coördinaten van de punten waar de lijnen m en n de cirkel c_2 raken.

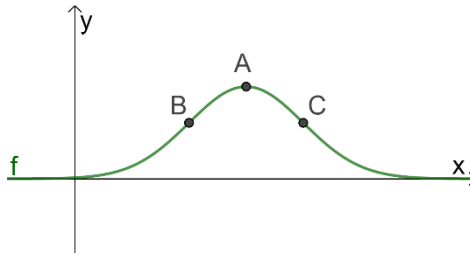
Opgave 4

In de figuur hieronder ziet u de grafiek van de functie

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2} + 3x - 4}$$

De grafiek van f heeft een maximum in punt A .

B en C zijn de buigpunten van de grafiek van f .



8pt a Bereken exact de oppervlakte van driehoek ABC .

Verder wordt gegeven de familie functies $g_a(x) = e^{x-a}$.

4pt b Bereken exact de waarde(n) van a waarvoor de grafiek van f en de grafiek van g_a precies één gemeenschappelijk punt hebben.

Opgave 5

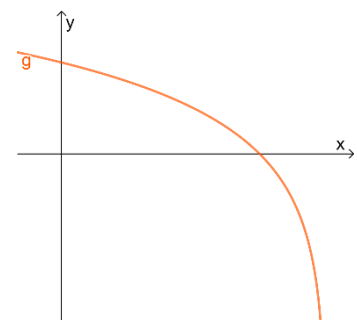
Gegeven wordt de familie functies $f_a(x) = \ln(x^2 + ax + 36)$.

4pt a Bereken exact de waarden van a waarvoor de grafiek van f_a twee verticale asymptoten heeft.

In de figuur hiernaast ziet u de grafiek van de functie

$$g(x) = \ln(4 - x).$$

V is het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van g , de x -as en de y -as.



7pt b Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat door V te wentelen rond de y -as.

Verder wordt gegeven de familie functies $h_a(x) = \frac{f_a(x)}{g(x)}$.

Er is één waarde van a waarvoor de grafiek van h_a een perforatie (dat is een ophefbare discontinuïteit) heeft.

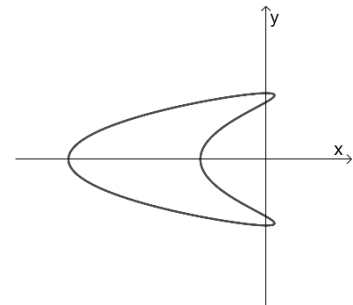
4pt c Bereken exact deze waarde van a .

Opgave 6

De baan van een punt P wordt gegeven door de bewegingsvergelijkingen

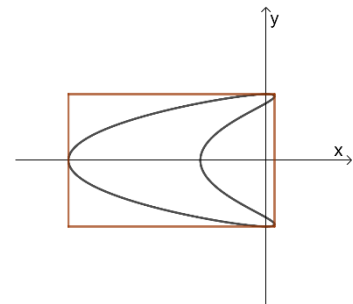
$$\begin{cases} x(t) = \sin(t) - 2 \sin^2(t) \\ y(t) = \cos(t) \end{cases}$$

Deze baan ziet u in de figuur hiernaast.



- 7pt a Bereken exact de y -coördinaten van de punten op de baan van P waarvan de x -coördinaat gelijk is aan -1 .

De baan van punt P wordt, zoals aangegeven in de figuur hiernaast, ingesloten door een rechthoek. In deze figuur kunt u zien dat de baan van P deze rechthoek in vijf punten raakt.



- 8pt b Bereken exact de oppervlakte van deze rechthoek.

Op $t = \frac{1}{4}\pi$ snijdt de baan van P de lijn ℓ met vergelijking $y = x + 1$.

- 7pt c Bereken algebraïsch de hoek tussen de baan van P en lijn ℓ in dit punt. Geef uw antwoord in graden, afgerond op hele graden.

Einde van het tentamen.

Staat uw naam op alle in te leveren blaadjes?

Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$