

# CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

## Tentamen Wiskunde B

Datum: 17 april 2021  
Tijd: 140 minuten (2 uur en 20 minuten)  
Aantal opgaven: 5

**Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.**

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

*Omdat de tijd voor dit tentamen teruggebracht is tot 140 minuten, is het aantal opgaven ook teruggebracht. Daardoor is het totale aantal punten dat behaald kan worden teruggebracht tot 72.*

Te behalen punten per onderdeel:					
Opgave	1	2	3	4	5
a	6	5	7	5	5
b	5	5	4	7	6
c	5		5	7	
Totaal	16	10	16	19	11
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{8} + 1$					
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.					

## Opgave 1

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Gegeven zijn de functie

$$f(x) = (2x - 3) \cdot e^{2x-1}$$

en de familie functies

$$g_{ab}(x) = x^2 + ax + b$$

- 6pt a Bereken exact de waarden van  $a$  en  $b$  waarvoor de grafieken van  $f$  en  $g_{ab}$  elkaar raken in het punt  $A\left(\frac{1}{2}, -2\right)$ .

De grafiek van  $f$  en de lijn  $y = 6x - 9$  snijden elkaar in twee punten.

De  $x$ -coördinaat van één van deze punten,  $x_1$ , is een rationaal getal.

De  $x$ -coördinaat van het andere punt kan geschreven worden als  $x_2 = \ln \sqrt{c}$ .

- 5pt b Bereken exact de waarden van  $x_1$  en  $c$ .

Op de grafiek van  $f$  worden achtereenvolgens de volgende transformaties toegepast:

- een spiegeling in de  $x$ -as
- een vermenigvuldiging met een factor 2 ten opzichte van de  $x$ -as
- een translatie over de vector  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

Hierdoor ontstaat de grafiek van een functie  $h$ .

- 5pt c Bepaal een functievoorschrift  $h(x) = \dots$  voor deze functie  $h$ . Motiveer uw antwoord.

## Opgave 2

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Gegeven wordt de familie functies

$$f_a(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 + a}$$

- 5pt a Bereken exact de waarden van  $a$  waarvoor de grafiek van  $f_a$  twee verticale asymptoten heeft.

- 5pt b Bepaal met een exacte berekening een vergelijking voor de scheve asymptoot van de grafiek van de functie  $f_1$ .

### Opgave 3

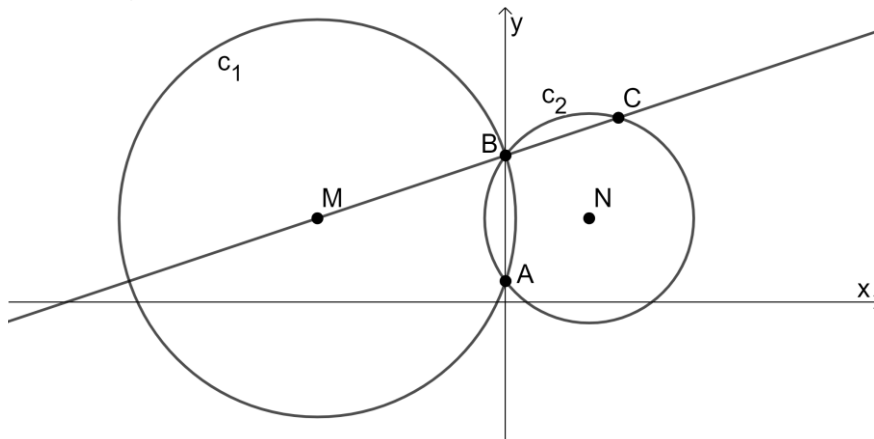
Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Gegeven zijn cirkel  $c_1$  met middelpunt  $M$  en vergelijking  $(x + 9)^2 + (y - 4)^2 = 90$  en cirkel  $c_2$  met middelpunt  $N(4, 4)$  en straal  $r = 5$ .

Deze cirkels snijden elkaar in de punten  $A$  en  $B$  op de  $y$ -as.

De rechte lijn door  $M$  en  $B$  snijdt cirkel  $c_2$  in punt  $C$ .

Zie de figuur hieronder.

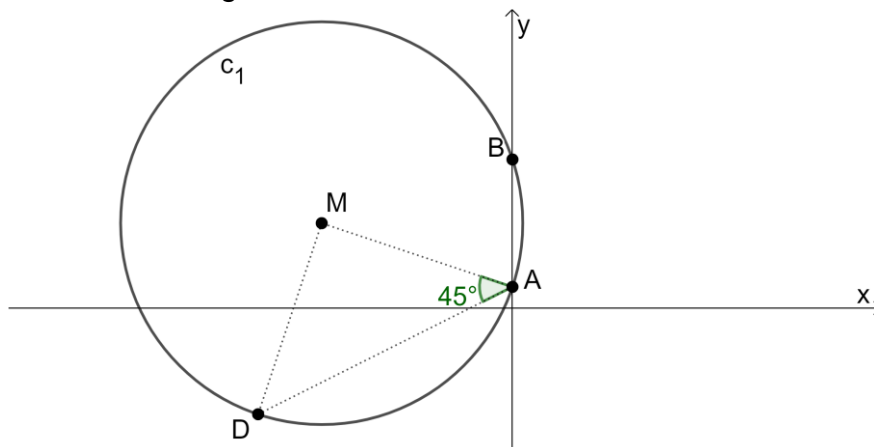


7pt a Bereken exact de  $x$ -coördinaat van punt  $C$ .

Er zijn twee punten ( $P$  en  $Q$ ) op de verticale lijn  $x = -1$  waarvoor de afstand tot cirkel  $c_2$  gelijk is aan 8.

4pt b Bereken exact de oppervlakte van driehoek  $NPQ$ .

In de figuur hieronder is  $D$  een punt op de hierboven gegeven cirkel  $c_1$  zodat in driehoek  $MAD$  geldt:  $\angle MAD = 45^\circ$ .



5pt c Bereken exact een vectorvoorstelling voor de lijn door  $M$  en  $D$ .

## Opgave 4

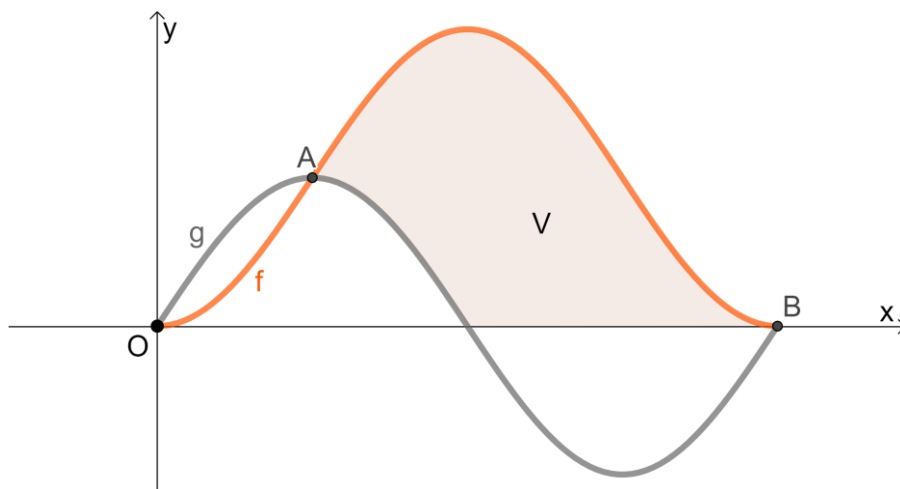
Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Voor  $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$  worden de functies  $f$  en  $g$  gegeven door

$$f(x) = 1 - \cos(3x) \text{ en } g(x) = \sin(3x).$$

De punten  $O(0,0)$ ,  $A\left(\frac{1}{6}\pi, 1\right)$  en  $B\left(\frac{2}{3}\pi, 0\right)$  zijn de snijpunten van de grafieken van  $f$  en  $g$  op het gegeven interval, zie de figuur hieronder.

In deze figuur is een vlakdeel  $V$  ingekleurd, dat wordt ingesloten door de  $x$ -as en grafieken van  $f$  en  $g$ .



5pt a Bereken algebraïsch de hoek waaronder de grafieken van  $f$  en  $g$  elkaar snijden in punt  $A$ . Geef uw antwoord in graden.

7pt b Bereken exact de oppervlakte van vlakdeel  $V$ .

Verder wordt de functie  $h$  gegeven door  $h(x) = \cos\left(6x - \frac{1}{3}\pi\right)$ .

7pt c Bereken exact de  $x$ -coördinaten van de snijpunten van de grafieken van  $g$  en  $h$  op het interval  $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$ .

## Opgave 5

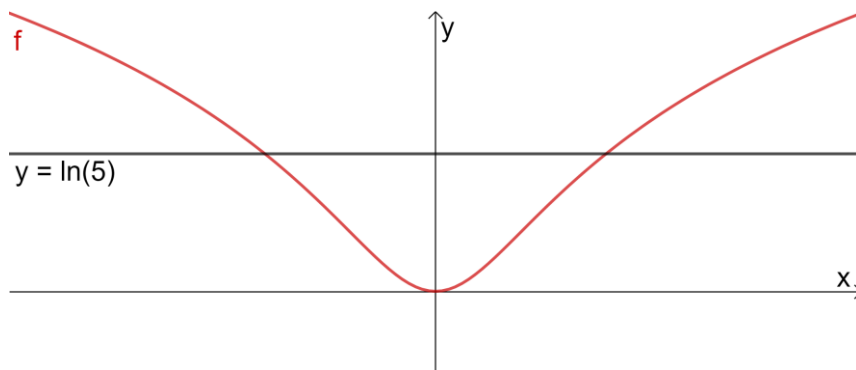
Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functies  $f$  en  $g$  worden gegeven door

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) \quad \text{en} \quad g(x) = 2 \ln(2x - 1).$$

5pt a Los exact op:  $f(x) = g(x)$ .

In de figuur hieronder is  $V$  het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van  $f$  en de horizontale lijn  $y = \ln(5)$ .



6pt b Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat door  $V$  te wentelen rond de  $y$ -as.

*Einde van het tentamen.*

*Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of **uw naam** en het **opgavenummer** op ieder antwoordblad staat.*

*Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.*

*Wat er **niet** in het mapje moet:*

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;*
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;*
- kladpapier;*
- deze opgaven.*

*Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.*

*Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).*

## Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$