CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde B

Datum: 19 december 2018
Tijd: 13.30 – 16.30 uur
Aantal opgaven: 5

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex. Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek zijn NIET toegestaan**.

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:					
Opgave	1	2	3	4	5
a	6	3	6	5	5
b	4	5	3	7	6
c	6	5	7	5	7
d			6	4	
Totaal	16	13	22	21	18

$$\text{Cijfer} = \frac{\text{behaald aantal punten}}{10} + 1$$

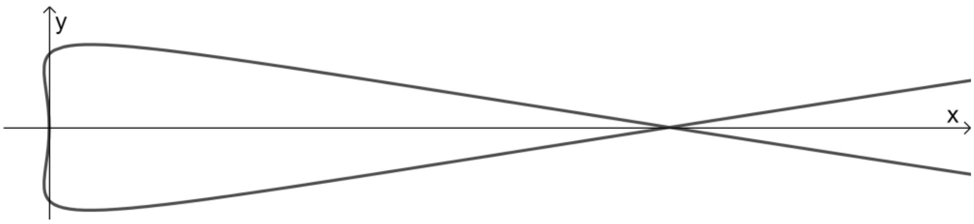
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.

Opgave 1

De baan van een punt *P* is gegeven door de bewegingsvergelijkingen

$$\begin{cases} x(t) = 2t^4 - t^2 \\ y(t) = t^3 - 3t \end{cases}$$

Deze baan ziet u in de figuur hieronder.



6pt a Bereken exact de coördinaten van de punten waarin de baan van *P* een verticale raaklijn heeft.

4pt b Bereken exact de baansnelheid (dat is de lengte van de snelheidsvector) van punt *P* op $t = 2$.

6pt c Bereken de hoek waarmee de baan van *P* zichzelf snijdt op de positieve *x*-as. Geef uw antwoord afgerond op hele graden.

Opgave 2

In deze opgave bekijken we de cirkels c_1 en c_2 en de punten $A(0,5)$, $B(2,5)$ en $C(14,5)$. c_1 is de cirkel met vergelijking $x^2 + y^2 + 2y - 15 = 0$; lijnstuk *BC* is een middellijn van cirkel c_2 .

3pt a Stel een vergelijking op voor c_2 .

5pt b Toon aan dat c_1 en c_2 elkaar raken.

Er zijn twee lijnen door punt *A* die cirkel c_1 raken.

5pt c Geef vergelijkingen van deze twee raaklijnen.

 © CCVW

Opgave 3

Gegeven wordt de functie

$$f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(2x+1)(x^2-4)}$$

De grafiek van f heeft twee verticale asymptoten, een horizontale asymptoot en een perforatie (dat is een ophefbare discontinuïteit).

6pt **a** Geef de vergelijkingen van de drie asymptoten van de grafiek van f.

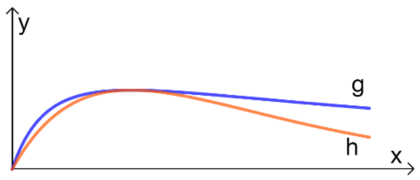
Verder wordt gegeven de functie

$$g(x) = \frac{2}{x+2} - \frac{1}{2x+1}$$

Met uitzondering van de perforatie van de grafiek van f, dat is het punt $\left(2, \frac{3}{10}\right)$, zijn de grafieken van f en g hetzelfde.

3pt **b** Toon algebraïsch aan dat dit inderdaad zo is.

In de figuur hiernaast ziet u de grafiek van g en van de functie $h(x) = \frac{1}{3}x\mathrm{e}^{1-x}$ voor $0 \leq x \leq 3$.
In de figuur lijkt het er op dat deze grafieken hetzelfde maximum hebben op dit interval.



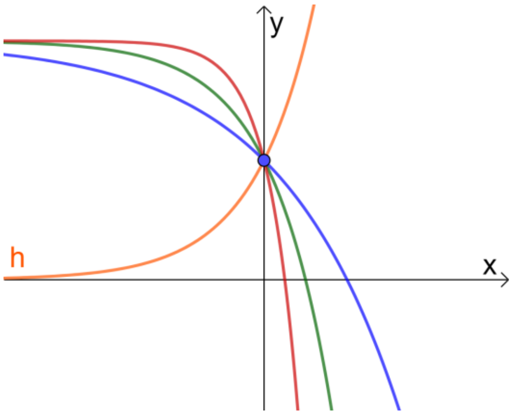
7pt **c** Onderzoek algebraïsch of dit zo is.

6pt **d** Bereken exact de oppervlakte van het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van g, de x-as en de lijn $x = 2$. Vereenvoudig het antwoord zo ver mogelijk.

 © CCVW

Opgave 4

Voor iedere *p* wordt de functie g_p gegeven door $g_p(x) = 4 - 2\mathrm{e}^{px}$. Verder beschouwen we de functie $h(x) = 2\mathrm{e}^{x}$. In de figuur hieronder ziet u de grafiek van *h* samen met de grafieken van g_p voor drie verschillende waarden van *p*.



De grafieken van de functies g_p en de grafiek van de functie *h* gaan allemaal door het punt $(0,2)$.

5pt a Bereken de waarde van *p* waarvoor de grafiek van g_p en de grafiek van *h* elkaar loodrecht snijden in het punt $(0,2)$.

Het snijpunt van de grafiek van g_p met de verticale lijn $x = \ln(2)$ noemen we A_p .

7pt b Bereken de waarde(n) van *p* waarvoor de afstand tussen A_1 en A_p gelijk is aan 8.

Voor $q > 0$ is R_q het vlakdeel dat wordt begrensd door de grafiek van g_1, de grafiek van g_2 en de verticale lijn $x = q$.

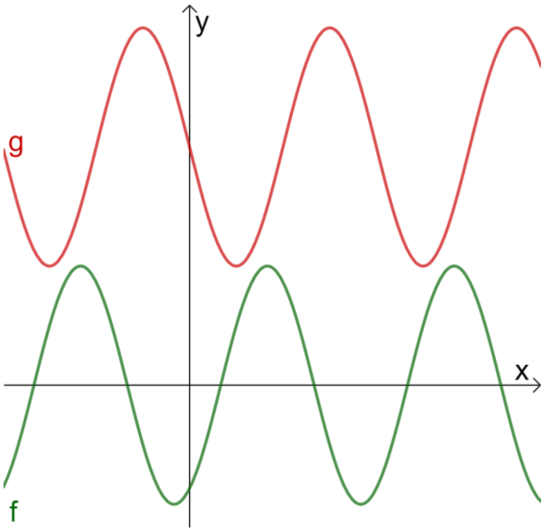
5pt c Toon aan dat de oppervlakte van R_q gelijk is aan $\mathrm{e}^{2q} - 2\mathrm{e}^{q} + 1$.

4pt d Bereken de waarde van *q* waarvoor de oppervlakte van R_q gelijk is aan 4.

 © CCVW

Opgave 5

In de figuur hieronder ziet u de grafieken van de functies $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{1}{3}\pi\right)$ en $g(x) = 4 - 2\sin(2x)$.



5pt a Bereken de x-coördinaten van de snijpunten van de grafiek van f met de lijn $y = -1$ op het interval $0 \leq x \leq 2\pi$.

De raaklijn aan de grafiek van f in punt $A\left(\frac{1}{6}\pi, 0\right)$ snijdt de *y*-as in punt *B*.

6pt b Bereken de oppervlakte van driehoek *OAB*, met *O* de oorsprong $(0,0)$.

Voor iedere waarde van q snijdt de verticale lijn $x = q$ de grafiek van f in het punt F_q de grafiek van g in het punt G_q. $L(q)$ afstand tussen F_q en G_q .

7pt c Bereken exact de minimale waarde van $L(q)$.

Einde van het tentamen.

Staat uw naam op alle in te leveren blaadjes?

 © CCVW

Formulelijst wiskunde B

$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

$\sin(t+u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$

$\sin(t-u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$

$\cos(t+u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$

$\cos(t-u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$

$\sin(2t) = 2\sin(t)\cos(t)$

$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2\cos^2(t) - 1 = 1 - 2\sin^2(t)$

 © CCVW