

# CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

## Tentamen Wiskunde B

Datum: 20 april 2026  
Tijd: 13.30 – 16.30 uur  
Aantal opgaven: 4

**Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.**

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

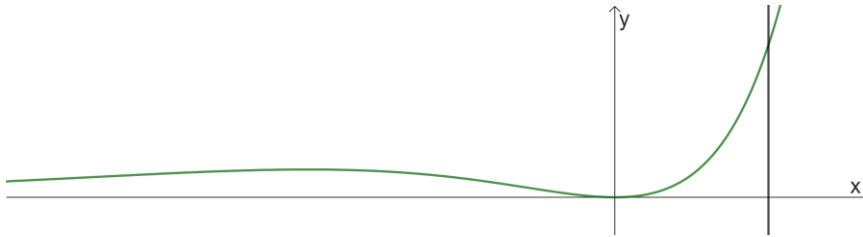
Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:				
Opgave	1	2	3	4
a	6	5	6	3
b	6	5	3	7
c	5	4	5	6
d	3	6	6	
e	5			
Totaal	25	20	20	16
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{9} + 1$				
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.				

# Opgave 1 – Het kwadraat van een exponentiële functie en een logaritmische functie met zijn kwadraat.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

In de figuur direct hieronder ziet u de grafiek van de functie  $f(x) = (e^{2x} - e^x)^2$  en de verticale lijn  $x = \ln(\sqrt{2})$ .

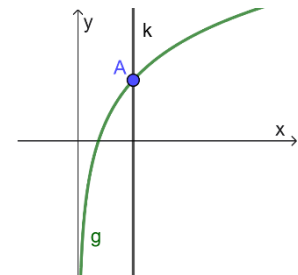


- 6pt a Bereken exact de maximale waarde van  $f(x)$  voor  $x \leq 0$ .
- 6pt b Bereken exact de oppervlakte van het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de  $x$ -as, de lijn  $x = \ln(\sqrt{2})$  en de grafiek van  $f$ .

In de figuur hiernaast ziet u de grafiek van de functie  $g(x) = \ln(3x)$ .

Lijn  $k$  is de verticale lijn met vergelijking  $x = \frac{1}{3}e$ .

Punt  $A$  is het snijpunt van lijn  $k$  en de grafiek van  $g$ .



- 5pt c Bereken exact de coördinaten van het snijpunt van de raaklijn aan de grafiek van  $g$  in punt  $A$  en de  $x$ -as.

De functie  $H(x) = x \cdot (\ln(3x))^2 - 2x \cdot \ln(3x) + 2x$  is een primitieve van  $h(x) = (g(x))^2$ .

- 3pt d Toon dit aan met een exacte berekening.

$V$  is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van  $g$ , de  $x$ -as en lijn  $k$ .

- 5pt e Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als  $V$  gewenteld wordt rond de  $x$ -as.

## Opgave 2 – Een familie gebroken functies

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Voor elke reële waarde van  $a$  wordt de functie  $f_a$  gegeven door

$$f_a(x) = \frac{x^2 + x}{x + a}$$

Er zijn twee waarden van  $a$  waarvoor de grafiek van  $f_a$  een perforatie heeft.

*In sommige boeken wordt dit een ophefbare discontinuïteit of singulariteit genoemd.*

- 5pt a Bereken voor deze beide waarden van  $a$  exact de coördinaten van de perforatie.
- 5pt b Bereken exact voor welke waarden van  $a$  de grafiek van de functie  $f_a$  twee extreme waarden heeft.

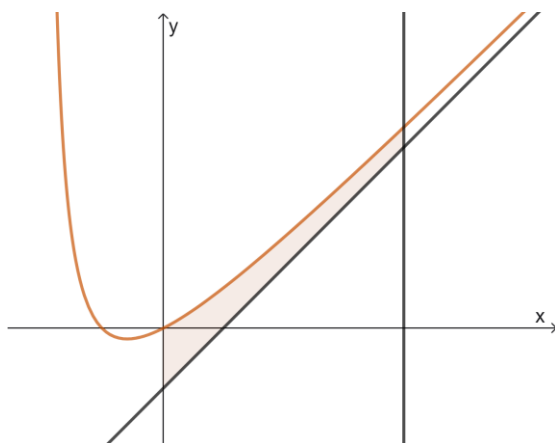
Neem nu  $a = 2$ . Dit geeft de functie

$$f_2(x) = \frac{x^2 + x}{x + 2}$$

- 4pt c Bepaal met een exacte berekening vergelijkingen voor de asymptoten van de grafiek van  $f_2$ .

$V$  is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de  $y$ -as, de lijn met vergelijking  $y = x - 1$ , de verticale lijn  $x = 4$  en de grafiek van  $f_2$ , zie de figuur hieronder.

- 6pt d Bereken exact de oppervlakte van vlakdeel  $V$ .

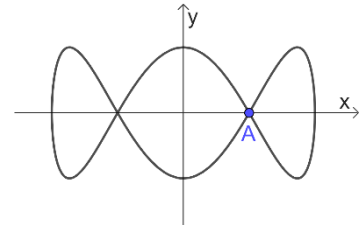


### Opgave 3 – De baan van een bewegend punt

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De baan van een punt  $P$  wordt gegeven door de bewegingsvergelijkingen

$$\begin{cases} x(t) = 2 \sin(t) \\ y(t) = \cos(3t) \end{cases} \text{ met } 0 \leq t \leq 2\pi.$$



Deze baan ziet u in de figuur hiernaast.

- 6pt a Bereken exact de coördinaten van de punten op de baan van  $P$  waar de raaklijn aan deze baan horizontaal is.

De baan van punt  $P$  snijdt zichzelf in punt  $A(1, 0)$ .

- 3pt b Toon dit aan met een exacte berekening.

- 5pt c Bereken algebraïsch de hoek waaronder de baan van  $P$  zichzelf snijdt in punt  $A$ .

De lijn  $y = \frac{1}{2}x$  snijdt de baan van punt  $P$  in een aantal punten.

- 6pt d Bereken exact de waarden van  $t$  in het interval  $0 \leq t \leq 2\pi$  die bij deze punten horen.

**Opgave 4 staat op de volgende pagina**

## Opgave 4 – Rakende cirkels

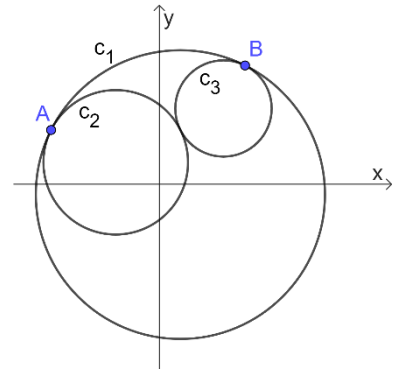
Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

In de figuur hiernaast ziet u drie cirkels.

Cirkel  $c_1$  heeft vergelijking  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 180$ .

Cirkel  $c_2$  raakt aan cirkel  $c_1$  in punt  $A(-10,5)$  en gaat door het middelpunt  $M_1$  van cirkel  $c_1$ .

Hieruit volgt dat  $M_2(-4,2)$  het middelpunt van cirkel  $c_2$  is.



3pt a Toon dit aan met een exacte berekening.

Cirkel  $c_3$  raakt aan cirkel  $c_1$  in punt  $B(8,11)$ .

De straal van cirkel  $c_3$  is gelijk aan  $\sqrt{20}$ .

In de figuur lijkt het er op dat cirkel  $c_3$  ook raakt aan cirkel  $c_2$ .

7pt b Onderzoek met een exacte berekening of dit inderdaad zo is.

Tot slot wordt een vierde cirkel  $c_4$  gegeven (niet in de figuur).

Cirkel  $c_4$  heeft als middelpunt de oorsprong  $O(0,0)$  en cirkel  $c_4$  raakt aan de rechte lijn door de punten  $A(-10,5)$  en  $B(8,11)$ .

6pt c Bereken exact een vergelijking voor cirkel  $c_4$ .

*Einde van het tentamen.*

*Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of uw naam en het opgavenummer op ieder antwoordblad staat.*

*Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.*

*Wat er niet in het mapje moet:*

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;
- kladpapier;
- deze opgaven.

*Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.*

*Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).*

## Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$