

CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde B

Datum: 16 december 2025

Tijd: 13.30 – 16.30 uur

Aantal opgaven: 4

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:				
Opgave	1	2	3	4
a	4	5	4	7
b	5	6	5	7
c	6	6	6	
d	6	8	6	
Totaal	21	25	21	14
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{9} + 1$				
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.				

Opgave 1 – Een familie zeshoeken in een cirkel

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Gegeven wordt de cirkel c met vergelijking $x^2 + y^2 = 25$.

Voor $0 < p < 5$ worden hierop zes punten gegeven:

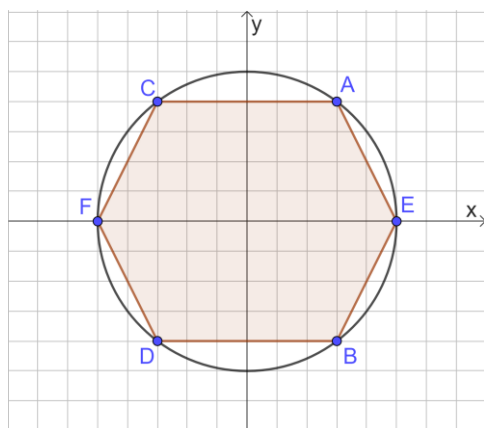
Punten A en B zijn de snijpunten van de verticale lijn $x = p$ en cirkel c .

Punten C en D zijn de snijpunten van de verticale lijn $x = -p$ en cirkel c .

Punten E en F zijn de snijpunten van de x -as en cirkel c .

Deze punten zijn de hoekpunten van een zeshoek Z_p .

In de figuur hieronder ziet u als voorbeeld de zeshoek Z_3 .



4pt a Bereken in de zeshoek in de figuur (dus voor $p = 3$) algebraïsch $\angle E$, dat is de hoek tussen de zijden EA en EB in punt E .
Geef uw antwoord in graden, afgerond op 1 cijfer achter de komma.

5pt b Bepaal voor $p = 1\frac{2}{5}$ met een exacte berekening een vergelijking voor de raaklijn aan cirkel c in punt A .

De oppervlakte van zeshoek Z_p kan voor alle waarden van p met $0 < p < 5$ berekend worden met de formule $A(p) = (2p + 10) \cdot \sqrt{25 - p^2}$.

6pt c Toon dit aan.

6pt d Bereken exact de waarde van p waarvoor de oppervlakte van zeshoek Z_p maximaal is.

Opgave 2 – Twee logaritmische functies en een cirkel

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

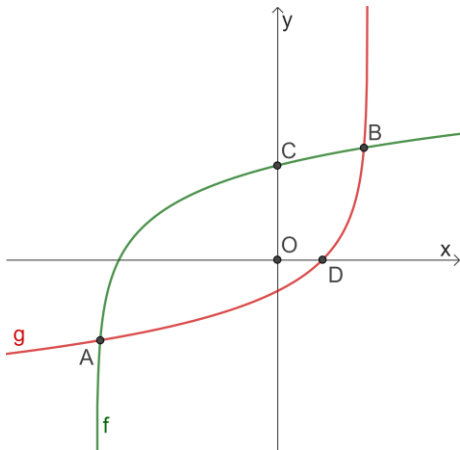
De functies f en g worden gegeven door $f(x) = \ln(2x + 8)$ en $g(x) = -\ln(2 - x)$. In de figuur hieronder ziet u de grafieken van deze twee functies met daarbij de volgende vijf punten:

Punt O is de oorsprong $(0,0)$.

Punten A en B zijn de snijpunten van de grafieken van f en g met $x_A < x_B$.

Punt C is het snijpunt van de grafiek van f met de y -as.

Punt D is het snijpunt van de grafiek van g met de x -as.



5pt a Bereken exact de x -coördinaten van de punten A en B .

De verticale lijn $x = p$ met $x_A < p < x_B$ snijdt de grafiek van f in het punt F_p en de grafiek van g in het punt G_p .

6pt b Bereken exact de maximale afstand tussen de punten F_p en G_p .

Cirkel c is de cirkel met middellijn OD .

6pt c Bereken algebraïsch de afstand tussen punt C en cirkel c . Geef uw antwoord afgerond op 4 cijfers achter de komma.

V is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de x -as, de y -as en de grafiek van g .

8pt d Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat door V te wentelen rond de y -as.

Opgave 3 – Goniometrische functies

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Voor $0 \leq x \leq 2\pi$ wordt de functie f gegeven door $f(x) = \sin(x) + \sin(2x) + 1$.

- 4pt a Toon met een exacte berekening aan dat voor alle a met $0 \leq a \leq \pi$ geldt:
 $f(\pi + a) + f(\pi - a) = 2$.

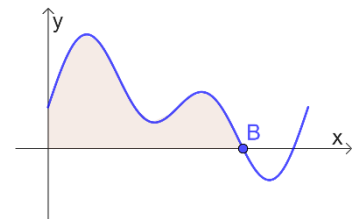
Punt A is het punt op de grafiek van f met $x_A = \pi$.

- 5pt b Toon met een exacte berekening aan dat punt A een buigpunt is van de grafiek van f .

In de figuur hiernaast ziet u de grafiek van f .

Punt $B\left(\frac{3}{2}\pi, 0\right)$ is een snijpunt van deze grafiek en de x -as.

Vlakdeel V , het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van f , de x -as en de y -as, is grijs weergegeven in de figuur.



- 6pt c Bereken exact de oppervlakte van vlakdeel V .

De functie g wordt gegeven door $g(x) = \sin(x) - \cos(3x) + 1$.

- 6pt d Bereken exact de x -coördinaten van de snijpunten van de grafieken van f en g op het interval $0 \leq x \leq 2\pi$.

Opgave 4 – Een familie parabolen en een hybride functie

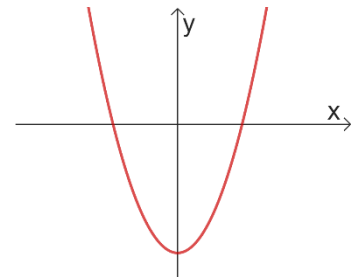
Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De familie functies f_a met $a > 0$ wordt gegeven door

$$f_a(x) = x^2 - a.$$

In de figuur hiernaast ziet u bijvoorbeeld de grafiek van f_4 .

Voor iedere $a > 0$ is V_a het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van f_a en de x -as.



- 7pt a Bereken exact de waarde van a waarvoor geldt dat de oppervlakte van vlakdeel V_a gelijk is aan 36.

De functie g wordt gegeven door

$$g(x) = \frac{1 - x^2}{1 - e^{x-1}}$$

- 7pt b Bereken exact de coördinaten van de snijpunten van de grafiek van g en de grafiek van $f_1(x) = x^2 - 1$.

Einde van het tentamen.

Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of uw naam en het opgavenummer op ieder antwoordblad staat.

Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.

Wat er niet in het mapje moet:

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;*
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;*
- kladpapier;*
- deze opgaven.*

Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.

Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).

Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$