

CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde B

Datum: 22 april 2025
Tijd: 13.30 – 16.30 uur
Aantal opgaven: 4

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

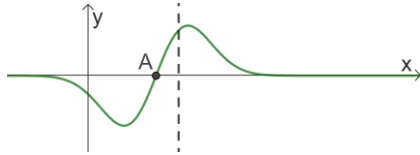
Te behalen punten per onderdeel:				
Opgave	1	2	3	4
a	5	5	7	6
b	3	6	5	5
c	3	6	6	8
d	5		6	5
Totaal	16	17	24	24
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{9} + 1$				
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.				

Opgave 1 – Een exponentiële functie en zijn primitieve

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functie f wordt gegeven door $f(x) = (2x - 3) \cdot e^{-x^2+3x-2}$.

In de figuur hieronder ziet u de grafiek van f met daarin punt $A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ en de verticale lijn $x = 2$ (gestreept).



- 5pt a Bereken algebraïsch de hoek waaronder de raaklijn aan de grafiek van f in punt A de lijn $x = 2$ snijdt.
Geef uw antwoord in graden, afgerond op 1 cijfer achter de komma.

De grafiek van f is puntsymmetrisch in punt $A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$,

dat wil zeggen dat voor alle waarden van x geldt: $f\left(\frac{3}{2} - x\right) = -f\left(\frac{3}{2} + x\right)$.

- 3pt b Toon dit aan met een exacte berekening.

De familie functies F_a wordt gegeven door $F_a(x) = a \cdot e^{-x^2+3x-2}$.

Er is een waarde van a waarvoor geldt dat de functie F_a een primitieve is van f .

- 3pt c Bereken deze waarde van a exact.

- 5pt d Bereken exact de waarde(n) van p met $p < \frac{3}{2}$ waarvoor geldt

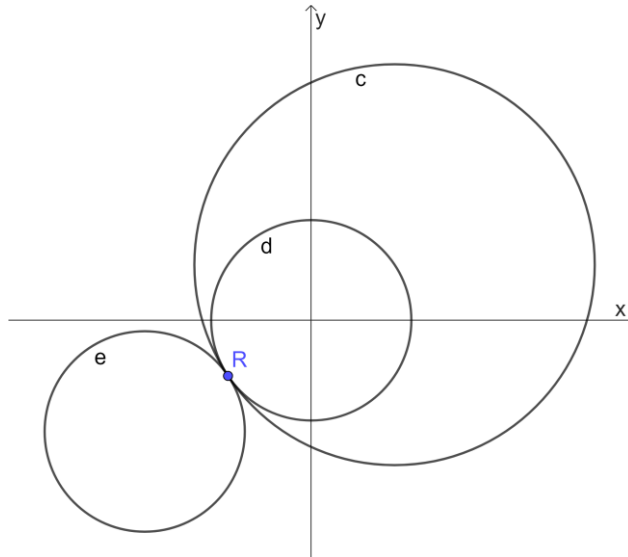
$$\int_p^2 f(x) dx = 0$$

Als vraag c niet gelukt is, mag u hier de (foute!) waarde $a = 1$ gebruiken.

Opgave 2 – Cirkels, raaklijnen en driehoeken

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

In de figuur hieronder ziet u cirkel c met vergelijking $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 52$.
Verder ziet u cirkels d en e . Deze cirkels raken cirkel c in het punt $R(-3, -2)$.
De oppervlakte van elk van deze cirkels is 25% van de oppervlakte van cirkel c .



De straal r van cirkel d is $\sqrt{13}$ en het middelpunt van d is de oorsprong $O(0,0)$.

5pt a Toon dit aan met een exacte berekening.

Cirkels d en e hebben drie gemeenschappelijke raaklijnen.
Eén van deze raaklijnen snijdt de positieve y -as.

6pt b Bereken exact de y -coördinaat van het snijpunt van deze raaklijn met de positieve y -as.

Punt $A(3,1)$, het middelpunt M van cirkel c en de oorsprong $O(0,0)$ zijn de hoekpunten van een driehoek OMA .

Verder wordt het punt $B(3,4)$ gegeven.

Er is een punt C met $x_C > 3$ waarvoor geldt dat de driehoek CMB gelijkvormig is met driehoek OMA .

6pt c Bereken exact de coördinaten van punt C .

Opgave 3 – Twee derdegraads functies en een parabool

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

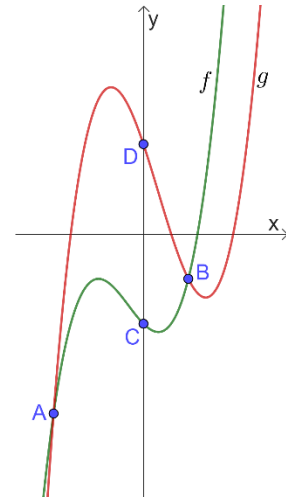
De functies f en g worden gegeven door

$$f(x) = x^3 + x^2 - x - 2 \quad \text{en} \quad g(x) = x^3 - x^2 - 3x + 2.$$

In de figuur hiernaast ziet u de grafieken van f en g .

De punten A en B zijn de snijpunten van de grafieken van f en g .

De punten C en D zijn de snijpunten van de grafieken van f en g met de y -as.



- 7pt a Toon met een exacte berekening aan dat het derde snijpunt van de rechte lijn door de punten A en B en de grafiek van g op de x -as ligt.

Er is een waarde van p met $x_A < p < x_B$ waarvoor de afstand tussen de punten $(p, f(p))$ en $(p, g(p))$ maximaal is.

- 5pt b Bereken exact de afstand tussen deze punten voor deze waarde van p .

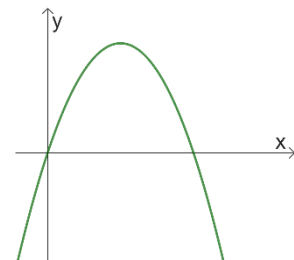
Punt P is het snijpunt van de raaklijn aan de grafiek van f in punt C en de raaklijn aan de grafiek van g in punt D .

- 6pt c Bereken exact de oppervlakte van driehoek CDP .

De functie h wordt gegeven door $h(x) = 3x - x^2$.

De grafiek van h ziet u hiernaast.

V is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van h en de x -as.



- 6pt d Laat met een exacte berekening zien dat de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als V gewenteld wordt rond de x -as, gelijk is aan $8,1\pi$.

Opgave 4 – Goniometrische en logaritmische functies

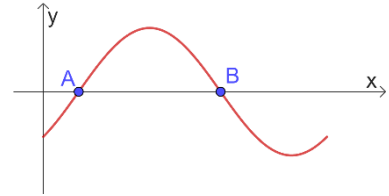
Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Voor $0 \leq x \leq 2\pi$ wordt de familie functies f_a gegeven door

$$f_a(x) = \sin(x) - \cos(ax).$$

In de figuur hiernaast ziet u de grafiek van de functie $f_1(x) = \sin(x) - \cos(x)$.

Deze grafiek snijdt de x -as in de punten $A\left(\frac{1}{4}\pi, 0\right)$ en $B\left(1\frac{1}{4}\pi, 0\right)$.



6pt a Bereken exact alle waarden van a met $0 \leq a \leq 4$ waarvoor de grafiek van f_a door punt B gaat.

V is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de x -as en de grafiek van f_1 op het hierboven gegeven domein.

5pt b Bereken exact de oppervlakte van V .

Neem nu $a = 2$. Dit geeft de functie $f_2(x) = \sin(x) - \cos(2x)$.

8pt c Bereken exact de minimale waarde van $f_2(x)$.

De functie g wordt gegeven door

$$g(x) = \frac{\sin(\pi x) - \cos(2\pi x)}{\ln(x) + \ln(3x + 1) + 2 \ln(2)}$$

5pt d Bereken exact voor welke waarde(n) van x de grafiek van g een perforatie heeft.

In sommige boeken wordt dit een ophefbare discontinuïteit of singulariteit genoemd.

Einde van het tentamen.

*Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of **uw naam** en het **opgavenummer** op ieder antwoordblad staat.*

Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.

*Wat er **niet** in het mapje moet:*

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;*
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;*
- kladpapier;*
- deze opgaven.*

Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.

Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).

Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$