

CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde B

Datum: 23 juli 2024
Tijd: 13.30 – 16.30 uur
Aantal opgaven: 4

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:				
Opgave	1	2	3	4
a	5	5	7	5
b	8	7	7	5
c	7	6	6	7
d		6		
Totaal	20	24	20	17
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{9} + 1$				
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.				

Opgave 1 – Vier logaritmische functies en een driehoek

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functie f wordt gegeven door $f(x) = \ln(2x^2 + 7)$.

De functie g wordt gegeven door $g(x) = 2 \ln(2x + 1)$.

- 5pt a Bereken exact de coördinaten van het (de) snijpunt(en) van de grafieken van f en g .

De functie h wordt gegeven door $h(x) = \ln(x^2 + 4)$.

De functie h heeft zijn minimale waarde in punt A en de grafiek van h heeft twee buigpunten, B en C .

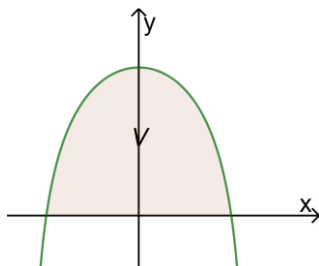
Driehoek D is de driehoek met hoekpunten A , B en C .

- 8pt b Toon met een exacte berekening aan dat de oppervlakte van driehoek D gelijk is aan $\ln(4)$.

In de figuur hieronder ziet u de grafiek van de functie $k(x) = 2 \ln(4 - x^2)$.

V is het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van k en de x -as.

- 7pt c Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als V gewenteld wordt rond de y -as.



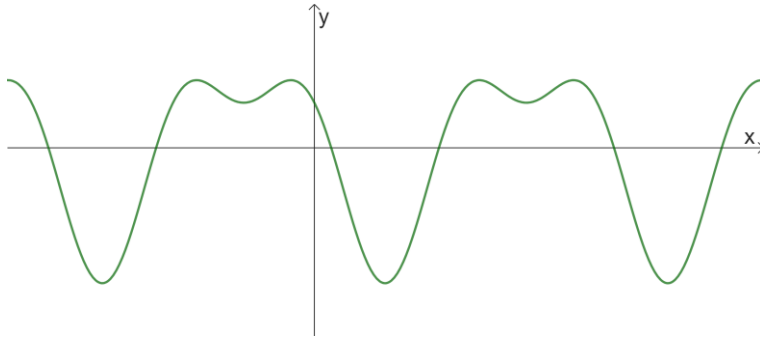
Opgave 2 – Vier goniometrische functies

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functie f wordt gegeven door $f(x) = 2 \cos^2(x) - 5 \sin(x) - 5$.

5pt a Los de vergelijking $f(x) = 0$ exact op.

In de figuur hieronder ziet u een deel van de grafiek van de functie $g(x) = \cos(2x) - 2 \sin(x)$.



7pt b Bereken exact de maximale en de minimale waarde van $g(x)$.

De functie h wordt gegeven door $h(x) = 6 \sin(3x)$.

6pt c Bereken exact alle waarden van a in het interval $0 \leq a \leq \pi$ waarvoor

$$\int_0^a h(x) dx = 1.$$

De functie k wordt gegeven door $k(x) = x^2 \cos\left(\frac{\pi}{x}\right)$.

Punt P is het punt op de grafiek van k waarvoor $x_P = 2$.

Lijn ℓ is de raaklijn aan de grafiek van k in punt P .

6pt d Bereken algebraïsch de hoek tussen lijn ℓ en de y -as.
Geef uw antwoord in graden, afgerond op één cijfer achter de decimale komma.

Opgave 3 – Cirkels en driehoeken

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functie f wordt gegeven door $f(x) = (x^2 - 2x) \cdot e^{x^2 - 2x}$.

De grafiek van f snijdt de x -as in de punten P en Q .

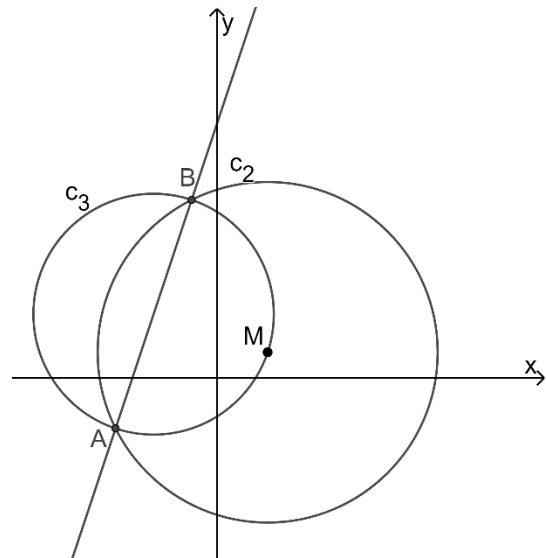
Cirkel c_1 raakt de grafiek van f in deze beide punten.

7pt a Bereken exact een vergelijking voor cirkel c_1 .

In de figuur hiernaast ziet u cirkel c_2 met vergelijking $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 45$ en de lijn ℓ met vergelijking $y = 3x + 10$.

De punten A en B zijn de snijpunten van cirkel c_2 met lijn ℓ .

Cirkel c_3 gaat door de punten A en B en door het middelpunt M van cirkel c_2 .

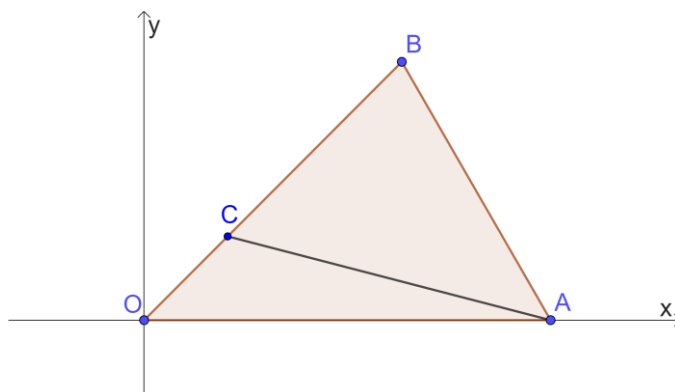


7pt b Toon met een exacte berekening aan dat het lijnstuk AB een middellijn is van cirkel c_3 .

In de figuur hieronder ziet u een driehoek met hoekpunten $O(0,0)$, $A(3 + \sqrt{3}, 0)$ en $B(3,3)$.

Punt C is het punt op de zijde OB waarvoor geldt dat driehoek ACB gelijkvormig is met driehoek OAB .

6pt c Bereken exact $\angle OAC$, de scherpe hoek tussen AC en de x -as.



Opgave 4 – Gebroken functies en machtsfuncties

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De familie functies f_a wordt gegeven door

$$f_a(x) = \frac{x^2 + x - 6}{2x - a}$$

Er is één positieve waarde van a waarvoor de grafiek van f_a een perforatie heeft (dat is een ophefbare discontinuïteit).

5pt a Bereken exact de coördinaten van de perforatie voor deze waarde van a .

We nemen nu $a = 6$.

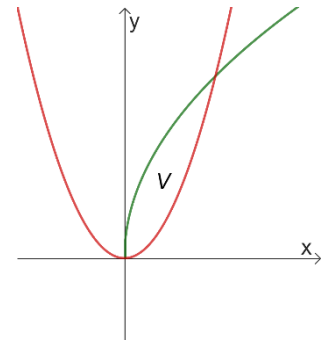
5pt b Bereken exact vergelijkingen voor de asymptoten van de grafiek van f_6 .

In de figuur hiernaast ziet u de grafieken van de functies

$$g(x) = \sqrt{8x} \text{ en } h(x) = x^2.$$

V is het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafieken van g en h .

7pt c Bereken exact de oppervlakte van vlakdeel V .



Einde van het tentamen.

Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of uw naam en het opgavenummer op ieder antwoordblad staat.

Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.

Wat er niet in het mapje moet:

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;*
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;*
- kladpapier;*
- deze opgaven.*

Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.

Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).

Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$