

CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde B

Datum: 21 april 2023
Tijd: 13.30 – 16.00 uur (2,5 uur)
Aantal opgaven: 4

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

N.B. In verband met de beperkte beschikbaarheid van de tentamenhal is de tentamentijd teruggebracht tot 2,5 uur (150 minuten). Het aantal vragen per opgave is uiteraard ook teruggebracht.

Te behalen punten per onderdeel:				
Opgave	1	2	3	4
a	6	7	3	7
b	6	4	7	7
c	6	6	5	4
d			4	
Totaal	18	17	19	18
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{8} + 1$				
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.				

Opgave 1 – Exponentiële en logaritmische functies

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functie f wordt gegeven door $f(x) = 3e^{2x}$.

6pt a Bereken exact de waarde van a waarvoor

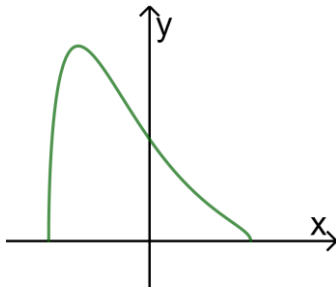
$$\int_0^a f(x) \, dx = 72$$

De functie g wordt gegeven door $g(x) = \ln(x^2 + 3)$.

De grafiek van deze functie heeft twee buigpunten.

6pt b Bereken exact de x -coördinaten van deze twee buigpunten.

In de figuur hieronder ziet u de grafiek van de functie $h(x) = e^{-x} \cdot \sqrt{2 - x^2}$.



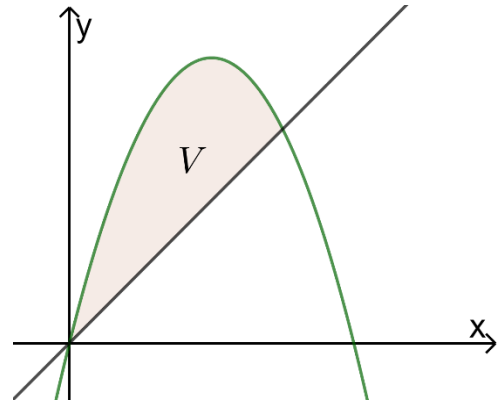
6pt c Bereken exact de maximale waarde van $h(x)$.

Opgave 2 – Parabolen en een gebroken functie

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

In de figuur hiernaast ziet u de grafiek van de functie $f(x) = -x^2 + 4x$ en de lijn ℓ met vergelijking $y = x$.

V is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van f en lijn ℓ .



- 7pt a Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als V om de x -as gewenteld wordt.

Ook gegeven wordt de familie functies $g_a(x) = x^2 + a$.

- 4pt b Bereken exact de waarde(n) van a waarvoor de grafieken van f en g_a elkaar raken.

De functie h wordt gegeven door

$$h(x) = \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9}$$

De grafiek van h heeft één perforatie (dat is een opefbare discontinuïteit).

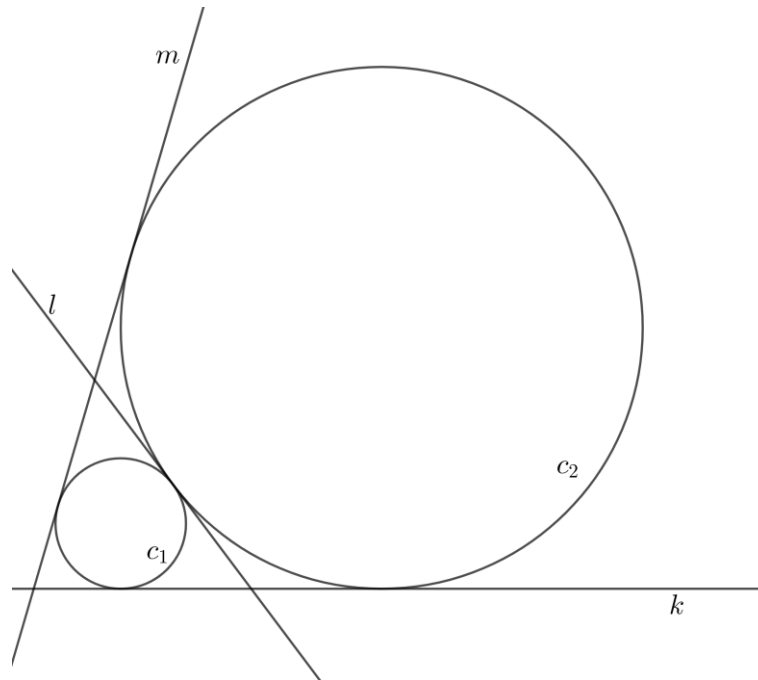
- 6pt c Bereken exact de coördinaten van het punt waar de grafiek van h deze perforatie heeft.

Opgave 3 – Twee cirkels en drie raaklijnen

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

In de figuur hieronder ziet u cirkel c_1 met vergelijking $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$ en cirkel c_2 met vergelijking $(x - 16)^2 + (y - 12)^2 = 144$.

Deze cirkels hebben drie gemeenschappelijke raaklijnen, k , l en m .



Eén van deze gemeenschappelijke raaklijnen, lijn k in de figuur, is de x -as.

3pt a Toon aan dat de x -as inderdaad raakt aan beide cirkels.

7pt b Stel een vectorvoorstelling op voor lijn l .

5pt c Bereken exact de sinus van de hoek tussen lijn m en lijn k .

De punten $A(4,0)$ en $B(4,6)$ liggen op cirkel c_1 .

Punt C is een punt op cirkel c_1 waarvoor geldt dat $\angle ABC = 33^\circ$.

4pt d Bereken exact $\angle BAC$.

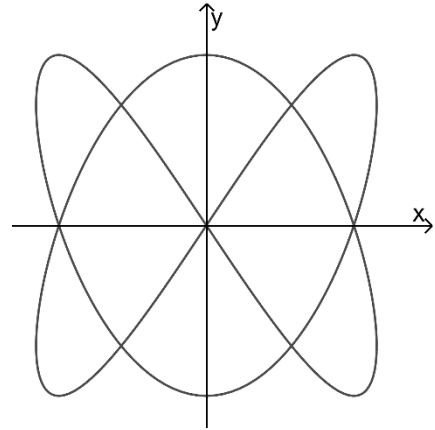
Opgave 4 – Twee bewegende punten

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De baan van een punt P wordt gegeven door de bewegingsvergelijkingen

$$\begin{cases} x(t) = \sin(2t) \\ y(t) = \cos(3t) \end{cases} \text{ met } -\pi \leq t \leq \pi.$$

Deze baan ziet u in de figuur hiernaast.



7pt a Bereken exact de waarden van t in het interval $-\pi \leq t \leq \pi$ waarvoor de baan van P en de lijn met vergelijking $y = x$ elkaar snijden.

7pt b Bereken algebraïsch de hoek waaronder de baan van P zichzelf snijdt in de oorsprong $O(0,0)$.

De baan van een punt Q wordt gegeven door de bewegingsvergelijkingen

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) + 1 \\ y(t) = 4 \cos(t) - 2 \sin^2(t) \end{cases} \text{ met } -\pi \leq t \leq \pi.$$

De baan van punt Q is een deel van een parabool met een vergelijking van de vorm $y = ax^2 + bx + c$.

4pt c Gebruik een exacte berekening om de waarden van a , b en c te bepalen.

Einde van het tentamen.

Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of uw naam en het opgavenummer op ieder antwoordblad staat.

Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.

Wat er niet in het mapje moet:

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;*
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;*
- kladpapier;*
- deze opgaven.*

Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.

Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).

Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$