

CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde B

Datum: 16 december 2022

Tijd: 13.30 – 16.30 uur

Aantal opgaven: 4

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:				
Opgave	1	2	3	4
a	6	6	6	6
b	5	6	3	5
c	6	6	6	6
d	3		7	4
Totaal	20	18	22	21
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{9} + 1$				
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.				

Opgave 1 – Functies met wortels

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functie f wordt gegeven door $f(x) = \sqrt{x+4} \cdot \sqrt{12-x^2}$.

De lijn ℓ wordt gegeven door de vergelijking $y = 4\sqrt{3}$.

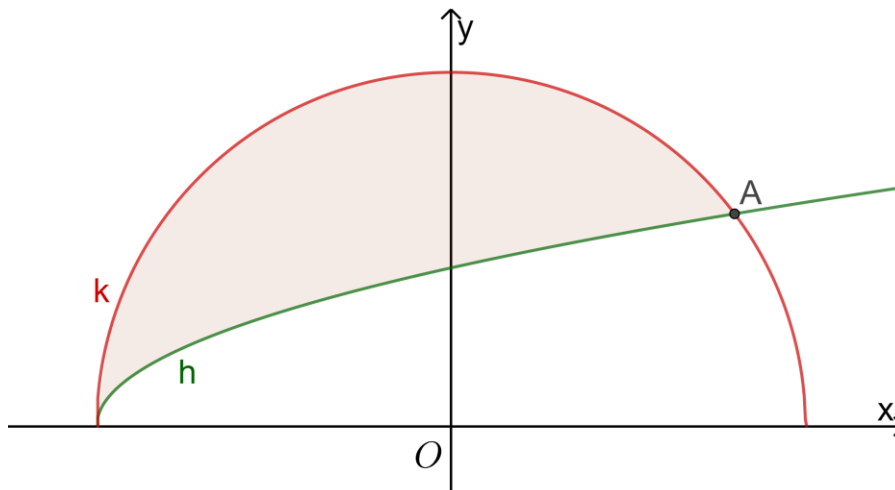
- 6pt a Bereken exact de coördinaten van het (de) snijpunt(en) van lijn ℓ met de grafiek van f .

De functie g wordt gegeven door $g(x) = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{7-x^2}$.

Deze functie heeft één maximum.

- 5pt b Bereken exact de coördinaten van het punt op de grafiek van g waar deze functie zijn maximum heeft.

In de figuur hieronder ziet u de grafieken van de functies $h(x) = \sqrt{x+5}$ en $k(x) = \sqrt{25-x^2}$. Punt $A(4,3)$ is een snijpunt van deze grafieken.



V is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafieken van h en k (gekleurd in de figuur hierboven).

- 6pt c Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als V om de x -as gewenteld wordt.

Voor iedere waarde van a wordt de functie q_a gegeven door

$$q_a(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{\sqrt{x+a}}$$

- 3pt d Bepaal de waarde(n) van a waarvoor de grafiek van q_a een asymptoot heeft.

Opgave 2 – Exponentiële en logaritmische functies

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Hiernaast ziet u de grafiek van de functie

$$f(x) = 9 - 4e^{2x}.$$

V het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van f , de x -as en de y -as (gekleurd in de figuur).

6pt a Bereken exact de oppervlakte van vlakdeel V .

Verder worden gegeven de punten $A(0, 5)$ en $B(1, 8)$.

Lijn ℓ is de raaklijn aan de grafiek van f in punt $A(0, 5)$.

Lijn m is de lijn door de oorsprong $O(0, 0)$ en punt $B(1, 8)$.

6pt b Bereken algebraïsch de hoek tussen de lijnen ℓ en m .

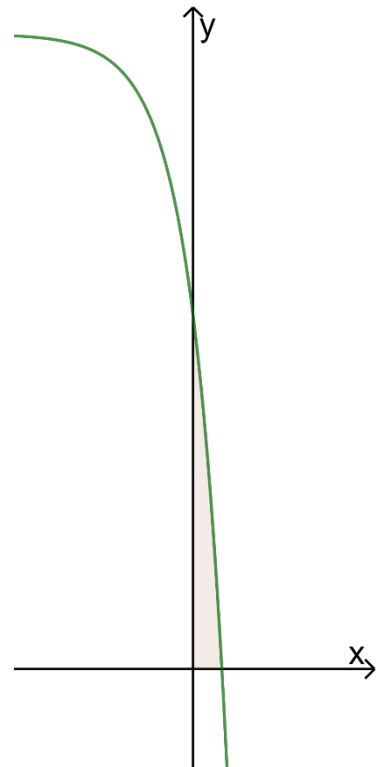
Geef uw antwoord in graden.

Tot slot wordt de functie g gegeven door

$$g(x) = \ln(x^2 + 6x + 18).$$

De grafiek van deze functie heeft twee buigpunten.

6pt c Bereken exact de x -coördinaten van deze punten.



Opgave 3 – Twee goniometrische functies en een raaklijn

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Voor x in het interval $0 \leq x \leq 2\pi$ wordt de functie f gegeven door

$$f(x) = 4 \sin(x) \cos(x)$$

Punt A met x -coördinaat $x_A = \frac{1}{6}\pi$ ligt op de grafiek van f .

- 6pt a Bepaal met een exacte berekening een vergelijking voor de raaklijn aan de grafiek van f in punt A .

De functie $F(x) = -\cos(2x)$ is een primitieve van f .

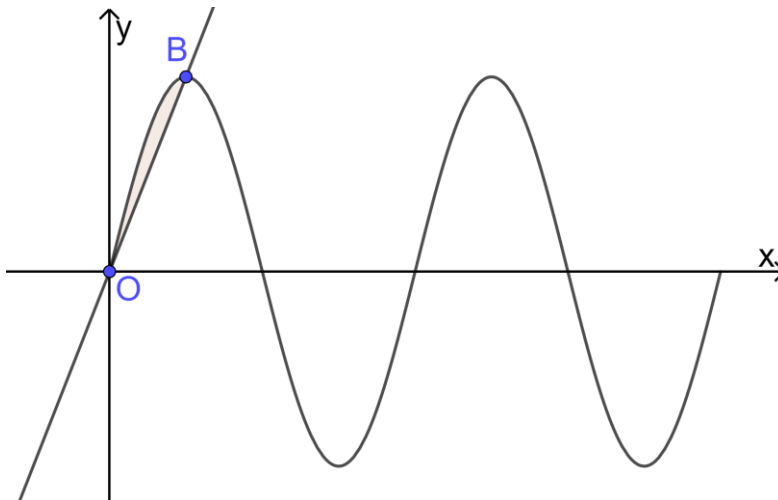
- 3pt b Toon dit aan met een exacte berekening.

Punt B met x -coördinaat $x_B = \frac{1}{4}\pi$ ligt ook op de grafiek van f .

ℓ is de lijn door de oorsprong $O(0, 0)$ en punt B .

V is het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van f en lijn ℓ .

Zie de figuur hieronder.



- 6pt c Bereken exact de oppervlakte van vlakdeel V .

Voor x in het interval $0 \leq x \leq 2\pi$ wordt de functie g gegeven door

$$g(x) = \sin(\pi \cdot \cos(x))$$

- 7pt d Bereken exact de coördinaten van de punten op de grafiek van g in het gegeven interval waar de functie g een extreme waarde heeft (minimum of maximum).

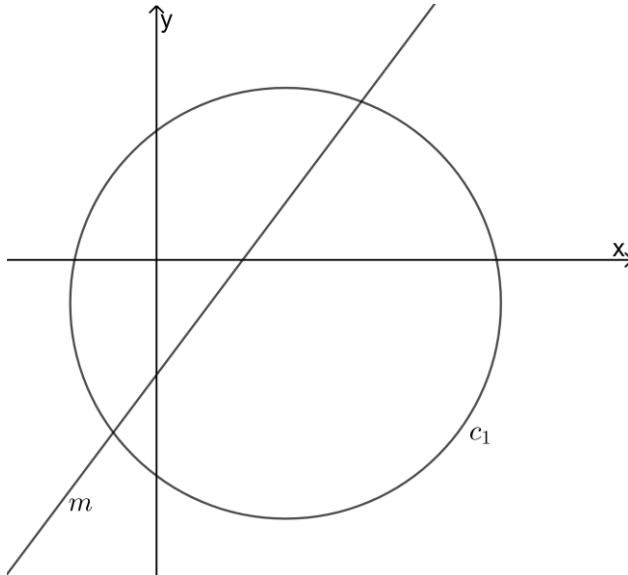
Opgave 4 – Cirkels, lijnen en een driehoek

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Cirkel c_1 wordt gegeven door de vergelijking $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$.

Lijn m wordt gegeven door de vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Zie de figuur hieronder.



Twee lijnen die evenwijdig lopen aan de x -as en die een afstand van 2 hebben tot cirkel c_1 snijden lijn m in respectievelijk de punten A en B .

6pt a Bereken exact de afstand tussen punten A en B .

Er zijn twee punten op cirkel c_1 waarin de raaklijn aan c_1 evenwijdig loopt met lijn m .

5pt b Bereken exact de coördinaten van deze twee punten.

Een lijn met vergelijking $y = p$ snijdt de gegeven lijn m in een punt N zo, dat N het middelpunt is van een cirkel c_2 met straal $8\sqrt{2}$ die door de oorsprong $O(0, 0)$ gaat.

6pt c Bereken exact de mogelijke waarden van p .

De punten $P(0, 3)$ en $Q(6, -5)$ liggen op de cirkel c_1 met vergelijking $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$.

Punt R is een punt op cirkel c_1 zo, dat $\angle PQR = 30^\circ$.

4pt d Bereken exact voor de driehoek PQR :
1) $d(P, Q)$, de lengte van de zijde PQ ;
2) $\angle QPR$, de hoek tussen de zijden PQ en PR .

Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$

Einde van het tentamen.

*Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of **uw naam** en het **opgavenummer** op ieder antwoordblad staat.*

Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.

*Wat er **niet** in het mapje moet:*

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;*
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;*
- kladpapier;*
- deze opgaven.*

Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.

Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).