Uitwerkingen CCVW Wiskunde A 17 april 2026

Vraag 1a - 7 punten

$f'(x) = 4x^3 - 30x^2 + 56x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(4x^2 - 30x + 56) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 4x^2 - 30x + 56 = 0$

$4x^2 - 30x + 56 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 4 \cdot 56}}{2 \cdot 4} = \dfrac{30 \pm \sqrt{4}}{8} = \dfrac{30 \pm 2}{8} \Leftrightarrow x = \dfrac{32}{8} = 4 \vee x = \dfrac{28}{8} = 3\frac{1}{2}$

$f(0) = -64$

$f\left(3\frac{1}{2}\right) = \left(3\frac{1}{2}\right)^4 - 10 \cdot \left(3\frac{1}{2}\right)^3 + 28 \cdot \left(3\frac{1}{2}\right)^2 - 64 = \frac{5}{16} = 0{,}3125$

$f(4) = 4^4 - 10 \cdot 4^3 + 28 \cdot 4^2 - 64 = 0$

De minimumwaarde van $f(x)$ is dus $f(0) = -64$

Vraag 1b - 6 punten

$g'(x) = \dfrac{-2x \cdot (x+2) - (2 - x^2) \cdot 1}{(x+2)^2} = \dfrac{-2x^2 - 4x - 2 + x^2}{x^2 + 4x + 4} = \dfrac{-x^2 - 4x - 2}{x^2 + 4x + 4}$

De helling van de lijn $y = x - 4$ is 1, dus op te lossen is

$g'(x) = 1 \Leftrightarrow -x^2 - 4x - 2 = x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow -2x^2 - 8x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x+3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = -1$

Kan ook met $x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot -2 \cdot -6}}{2 \cdot -2} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{-4} = \frac{8 \pm 4}{-4}$

Vraag 1c - 4 punten

Dit is de som van de termen van een meetkundige rij met $u_e = 27 \ \ (= 3^3)$ en $r = 3$

$u_{\ell+1} = 3 \cdot 4\,782\,969 = 14\,348\,907 \ \ (= 3 \cdot 3^{14} = 3^{15})$

De som is zodoende

$\dfrac{u_{\ell+1} - u_e}{r - 1} = \dfrac{14\,348\,907 - 27}{3 - 1} = \dfrac{14\,348\,880}{2} = 7\,174\,440 \ \left(= \dfrac{3^{15} - 3^3}{3 - 1}\right)$

Vraag 2a - 6 punten

$\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 2t \cdot \sqrt{8 - 3t^2} + \dfrac{t^2 \cdot -6t}{2\sqrt{8 - 3t^2}}$

$\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 0 \Leftrightarrow 2t \cdot \sqrt{8 - 3t^2} - \dfrac{3t^3}{\sqrt{8 - 3t^2}} \Leftrightarrow 2t \cdot \sqrt{8 - 3t^2} = \dfrac{3t^3}{\sqrt{8 - 3t^2}} \Leftrightarrow 2t \cdot (8 - 3t^2) = 3t^3$

$\Leftrightarrow 16t - 6t^3 = 3t^3 \Leftrightarrow 16t - 9t^3 = 0 \Leftrightarrow t(16 - 9t^2) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee 9t^2 = 16$

$\Leftrightarrow t = 0 \vee t^2 = \frac{16}{9} \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{4}{3} \cdot t = -\frac{4}{3}$

Gezien de grafiek ligt het maximum dus bij $t = \frac{4}{3}$

Vraag 2b - 4 punten

Het aantal gebruikers volgens het eerste model is $1 \cdot \sqrt{8 - 3} = \sqrt{5} \approx 2{,}236\ (miljoen)$

Het aantal gebruikers volgens het tweede model is $\mathrm{e}^{-1+4-2} = \mathrm{e}^1 = \mathrm{e} \approx 2{,}718\ \ (miljoen)$

Het verschil in procenten is dus $\dfrac{\mathrm{e} - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times 100\% \approx 21{,}57\%$

Vraag 2c - 4 punten

$\dfrac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = (-2t + 4) \cdot \mathrm{e}^{-t^2 + 4t - 2}$

$t = 1{,}5$ invullen geeft $\dfrac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = (-3 + 4) \cdot \mathrm{e}^{-2{,}25 + 6 - 2} = \mathrm{e}^{1{,}75}$

Dit is groter dan 0, dus stijgt het aantal gebruikers op $t = 1{,}5$

Vraag 3a - 4 punten

$78 = 60 + 18 = \mu + 1\frac{1}{2}\sigma$; $60 = \mu$

$0{,}092$ deel van de populatie ligt tussen de grenzen $\mu - 1\frac{1}{2}\sigma$ en $\mu - \sigma$,

dus tussen de grenzen $\mu + \sigma$ en $\mu + 1\frac{1}{2}\sigma$ ligt ook $0{,}092$ deel van de populatie.

Het deel van de populatie tussen de grenzen μ en $\mu + 1\frac{1}{2}\sigma$ is zodoende $0{,}341 + 0{,}092$

Dat is $0{,}433$ deel, ofwel $43{,}3\%$ van de populatie

Vraag 3b - 3 punten

Voor V&Z geldt: $75 = 60 + 15 = \mu + \frac{15}{12}\sigma = \mu + 1{,}25\sigma$

Voor B&B geldt: $75 = 62 + 13 = \mu + \frac{13}{8}\sigma = \mu + 1{,}625\sigma$

De grens van75 ligt dus bij B&B relatief verder van het gemiddelde dan bij V&Z.
Dat betekent dat het percentage pakketten met een levertijd van minder dan 75 uur het hoogst is bij B&B

Alternatief:

Voor V&Z geldt: $\mu + 1{,}5\sigma = 60 + 18 = 78 > 75$
Voor B&B geldt: $\mu + 1{,}5\sigma = 62 + 12 = 74 < 75$
Dit betekent:
percentage onder 75 bij B&B > percentage onder $\mu + 1{,}5\sigma$
percentage onder 75 bij V&Z < percentage onder $\mu + 1{,}5\sigma$
Hieruit volgt:
percentage onder 75 bij B&B > percentage onder 75 bij V&Z

Vraag 3c - 2 punten

H_0: $\mu = 60$; H_1: $\mu > 60$

Vraag 3d - 6 punten

De toetsingsgrootheid G is normaal verdeeld met $\mu_G = 60$ en $\sigma_G = \frac{12}{\sqrt{40}} \approx 1{,}8974$

Bij deze rechtszijdige toetsingsprocedure met $\alpha = 0{,}05$ is de grenswaarde van het kritieke gebied
$g_r = \mu_G + 1{,}645\sigma_G \approx 60 + 1{,}645 \cdot 1{,}8974 \approx 63{,}12$
De steekproefuitkomst 64 is groter dan deze grenswaarde. De nulhypothese wordt daarom verworpen

Alternatief:

De toetsingsgrootheid G is normaal verdeeld met $\mu_G = 60$ en $\sigma_G = \frac{12}{\sqrt{40}} \approx 1{,}8974$

De steekproefuitkomst 64 ligt 4 uur boven μ_G, dat is $\frac{4}{1{,}8974}\sigma_G \approx 2{,}1\sigma_G$

Bij een rechtszijdige toets met $\alpha = 0{,}05$ wordt de nulhypothese verworpen als de steekproefuitkomst meer dan $1{,}645\sigma_G$ van μ_G ligt en dat is hier het geval

Vraag 4a - 4 punten

$P(eerste\ rood,\ tweede\ blauw,\ derde\ groen,\ vierde\ goudkleurig) = \frac{15}{50} \cdot \frac{15}{49} \cdot \frac{15}{48} \cdot \frac{5}{47}$

Er zijn $4! = 24$ volgordes waarin de vier kleuren gepakt kunnen worden

De gevraagde kans is dus $24 \cdot \frac{15}{50} \cdot \frac{15}{49} \cdot \frac{15}{48} \cdot \frac{5}{47} \approx 0{,}0733$

$Kan\ ook\ met\ \ \dfrac{\binom{15}{1} \cdot \binom{15}{1} \cdot \binom{15}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{50}{4}}$

Vraag 4b - 4 punten

$P(geen\ goudkleurige\ munt) = \frac{45}{50} \cdot \frac{44}{49} \cdot \frac{43}{48} \cdot \frac{42}{47} \approx 0{,}646960$

Kan ook met $\frac{\binom{5}{0}\binom{45}{4}}{\binom{50}{4}} = \frac{1 \cdot 148995}{230300}$

$P(minstens\ 1\ goudkleurige\ munt) = 1 - P(geen\ goudkleurige\ munt) \approx 0{,}353040$

Alternatief: (wel goed, maar niet aanbevolen!)

$P(1\ goudkleurige) + P(2\ goudkleurige) + P(3\ goudkleurige) + P(4\ goudkleurige)$

$= \binom{4}{1} \cdot \frac{5}{50} \cdot \frac{45}{49} \cdot \frac{44}{48} \cdot \frac{43}{74} + \binom{4}{2} \cdot \frac{5}{50} \cdot \frac{4}{49} \cdot \frac{45}{48} \cdot \frac{44}{47} + \binom{4}{3} \cdot \frac{5}{50} \cdot \frac{4}{49} \cdot \frac{3}{48} \cdot \frac{45}{47} + \binom{4}{4} \cdot \frac{5}{50} \cdot \frac{4}{49} \cdot \frac{3}{48} \cdot \frac{2}{47}$

of $= \frac{\binom{5}{1}\binom{45}{3}}{\binom{50}{4}} + \frac{\binom{5}{2}\binom{45}{2}}{\binom{50}{4}} + \frac{\binom{5}{3}\binom{45}{1}}{\binom{50}{4}} + \frac{\binom{5}{4}\binom{45}{0}}{\binom{50}{4}}$

Vraag 4c - 5 punten

X, het aantal keer dat de deelnemer een prijs wint, is binomiaal verdeeld

met $n = 10$ en $p = 0{,}3530$ (de kans uit vraag b)

$P(X = 4) = \binom{10}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p)^6 = 210 \cdot 0{,}353^4 \cdot 0{,}647^6 \approx 0{,}2392$

Vraag 5a - 4 punten

1 januari 1999 is 2,5 jaar na 1 juli 1996

De groeifactor over 4 jaar is $\frac{4{,}86}{0{,}96} = 5{,}0625$

De groeifactor over 1 jaar is dus $\sqrt[4]{5.0625} = 1{,}5$ en de groeifactor over 2,5 jaar is $1{,}5^{2{,}5}$

Kan ook in één keer: de groeifactor over 2,5 jaar is $5{,}0625^{\frac{2{,}5}{4}}$

Het percentage op 1 januari 1999 is dus $0{,}96 \cdot 1{,}5^{2{,}5} = 0{,}96 \cdot 5{,}0625^{\frac{2{,}5}{4}} \approx 2{,}6454$

Vraag 5b - 2 punten

Bij exponentiële groei blijft het percentage groeien.

Het zal dus op een gegeven moment over de 100 gaan, en dat is niet mogelijk

Dit gebeurt al voor 2015

Bijvoorbeeld: Op 1 juli 2008 geldt $P = 0{,}96 \cdot \left(\frac{4{,}86}{0{,}96}\right)^3 = 4{,}86 \cdot \left(\frac{4{,}86}{0{,}96}\right)^2 \approx 125$

en op 1 juli 2015 geldt $P = 0{,}96 \cdot 1{,}5^{19} \approx 2128$

Vraag 5c - 6 punten

$9(10-5{,}9\mathrm{e}^{-0{,}28\mathrm{t}})=81 \Leftrightarrow 10-5{,}9\mathrm{e}^{-0{,}28t}=9 \Leftrightarrow 5{,}9\mathrm{e}^{-0{,}28t}=1 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}28t}=\dfrac{1}{5{,}9}$

Hieruit volgt $-0{,}28t=\ln\left(\frac{1}{5{,}9}\right) \Leftrightarrow t = {\ln\left(\frac{1}{5{,}9}\right)}\Big/{-0{,}28} \approx 6{,}339$

Dit is 6 jaar en $0{,}339 \times 12 \approx 4{,}07$ maanden na 1 juli 2005, dus in november 2011

Vraag 5d - 2 punten

Op de lange duur wordt $\mathrm{e}^{-0{,}28\mathrm{t}}$ vrijwel 0. Het percentage wordt dus $9(10-0)=90$

Vraag 6a - 3 punten

De factor op deze plaats in de formule is $\frac{2\pi}{periode}$

De periode is 365

$\dfrac{2\pi}{365} \approx 0{,}017214$

Kan ook omgekeerd:

$periode = \dfrac{2\pi}{0{,}017214} \approx 365$

En dat is precies de periode die bij deze formule hoort

Vraag 6b - 2 punten

Een sinus is maximaal 1 en minimaal -1.

Het maximale gemiddelde aantal zonuren is dus $4{,}6+2{,}8=7{,}4$

en het minimale gemiddelde aantal zonuren is $4{,}6-2{,}8=1{,}8$

Vraag 6c - 3 punten

Z heeft een startpunt voor $t-75=0 \Leftrightarrow t=75$

Het maximum wordt een kwart periode later bereikt

De periode is 365 dagen

Voor het maximum geldt dus $t=75+\frac{1}{4}\cdot 365=166\frac{1}{4}$, dat is dus dagnummer 166

Alternatief:

Z is maximaal als $\sin\big(0{,}017214(t-75)\big)=1$

Dit geeft

$0{,}017214(t-75)=\frac{1}{2}\pi \Leftrightarrow t=\dfrac{\frac{1}{2}\pi}{0{,}017214}+75 \approx 91{,}25+75=166{,}25$

dat is dus dagnummer 166

